هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

# الـــــــدوال الخطية و التآلفية

## نشاط تمهيدي

اقترحت جمعية " تفايوشت" لاستخراج و تسويق الزيوت بجماعة إمي نفاست ( تيزنيت ) خدمتين لزبناءها:

– الخدمة 1 : لغير المنخرطين ≪ أداء 90 درهم عن كل لتر من الزيت ≫ .

– الخدمة 2 : للمنخرطين ≪ أداء 200 درهم كواجب الانخراط و 70 درهم عن كل لتر من الزيت ≫ .

### الجزء الأول: غير المنخرطين.

ليكن $f(x)$ الثمن الإجمالي لاقتناء $x$ لتر من الزيت.

**1** – أتمم الجدول أسفله.

| عدد اللترات $(x)$ | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الثمن الإجمالي $f(x)$ | | | | | | |

**2** – هل معطيات الجدول تحقق و ضعية تناسبية ؟ علل جوابك ؟

**3** – إستنتج العلاقة بين $f(x)$ و $x$ .

**4** – مثل معطيات الجـدول مبيانيا .

### الجزء الثاني : المنخرطين.

ليكن $g(x)$ الثمن الإجمالي لإقتناء $x$ لتر من الزيت.

**1** – أتمم الجدول أسفله.

| عدد اللترات $(x)$ | 2 | 4 | 7 | 9 | 10 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الثمن الإجمالي $g(x)$ | | | | | | |

**2** – هل معطيات الجدول تحقق و ضعية تناسبية ؟ علل جوابك ؟

**3** – إستنتج العلاقة بين $g(x)$ و $x$ .

**4** – مثل معطيات الجـدول مبيانيا.

### الجزء الثالث :

**1** – حدد ثمن 5 لترات من الزيت بالنسبة للمنخرطين و غير المنخرطين.

**2** – أراد عثمان الحصول على 7 لترات من الزيت . ماهي في نظرك الخدمة غير المكلفة بالنسبة له؟

**3** – حدد كمية الزيت التي يمكن الحصول عليها بنفس ثمن الخدمتين.

**4** – إملأ الجدول أسفله .

| كمية الـزيت | ما بين $1\ell$ و $9\ell$ | $10\ell$ | فوق $10\ell$ |
|---|---|---|---|
| الخدمة غير المكلفة | | | |

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

# I. الـــــدالـــــة الخطيـــــة

## تعريف1

$a$ عدد حقيقي معلوم ثابت.

العلاقة التي تربط العدد الحقيقي $x$ بالعدد الحقيقي $ax$ تسمى دالة خطية معاملها $a$ .

و نكتب : $f : x \to ax$

العدد الحقيقي $ax$ يسمى صورة العدد $x$ بالدالة $f$ ، نرمز له بالرمز $f(x)$ و نكتب $f(x) = ax$ .

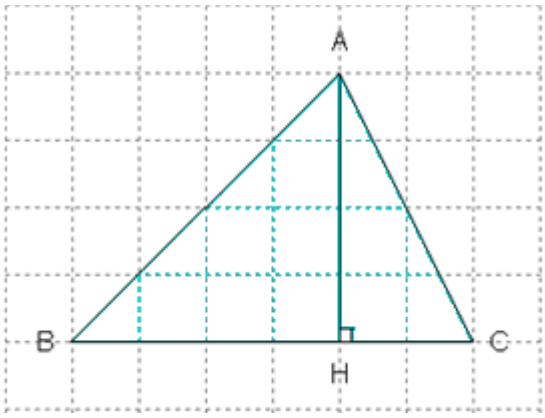
تطبيق 1

نعتبرالشكل جانبه بحيث $BC = 5cm$ و $AH = x$ .

نرمز لمساحة المثلث $ABC$ ب : $S(x)$

1 – اكتب $S(x)$ بدلالة $x$ .

2 – أحسب مساحة المثلث $ABC$ في حالة $AH = 20cm$ .




1 – اكتب $S(x)$ بدلالة $x$ .

نعلم أن $S(x) = \dfrac{B \times h}{2}$ حيث $B$ قاعدة المثلث و $h$ إرتفاع المثلث $ABC$

ومنه $S(x) = \dfrac{BC \times AH}{2} = \dfrac{5}{2}x$

2 – أحسب مساحة المثلث $ABC$ في حالة $AH = 20cm$ .

نعلم أن $S(x) = \dfrac{5}{2}x$

من أجل $AH = 20cm$ أي $x = 20cm$

نحصل على :

$$S(x) = \frac{5}{2} \times 20 = 50cm^2$$

ملاحظة : لحساب $f(x)$ نضرب العدد $x$ في $a$ معامل الدالة الخطية $f$ .

$$x \to \times a \to ax$$

## 1 ـ معامل الدالة الخطية .

خاصية 1

$f$ دالة خطية معاملها $a$ .

– إذا كان $x$ عددا حقيقيا غير منعدم فإن $a = \dfrac{f(x)}{x}$ .

– إذا كان $x_1$ و $x_2$ عددين حقيقيين مختلفين فإن $a = \dfrac{f(x_1) - f(x_1)}{x_1 - x_2}$

تطبيق 2

1 – حدد الدالة الخطية $f$ علما أن $f(2) = \sqrt{2}$

2 – حدد الدالة الخطية $g$ علما ان $g(-1) - g(3) = 2$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

الحل

$f$ دالة خطية إذن تكتب على الشكل $f(x)=ax$

لنحدد المعامل $a$

نعلم أن $a=\dfrac{f(x_1)}{x_1}$ حيث $x_1\neq 0$

نأخذ $x_1=2$ نحصل على $a=\dfrac{f(2)}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

ومنه $f(x)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$

$f$ دالة خطية إذن تكتب على الشكل $f(x)=ax$

لنحدد المعامل $a$

نعلم أن $a=\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$ حيث $x_1\neq x_2$

نأخذ $x_1=-1$ و $x_2=3$ نحصل على:

$$a=\frac{f(-1)-f(3)}{-1-3}=\frac{2}{-4}=-\frac{1}{2}$$

ومنه $f(x)=-\dfrac{1}{2}x$

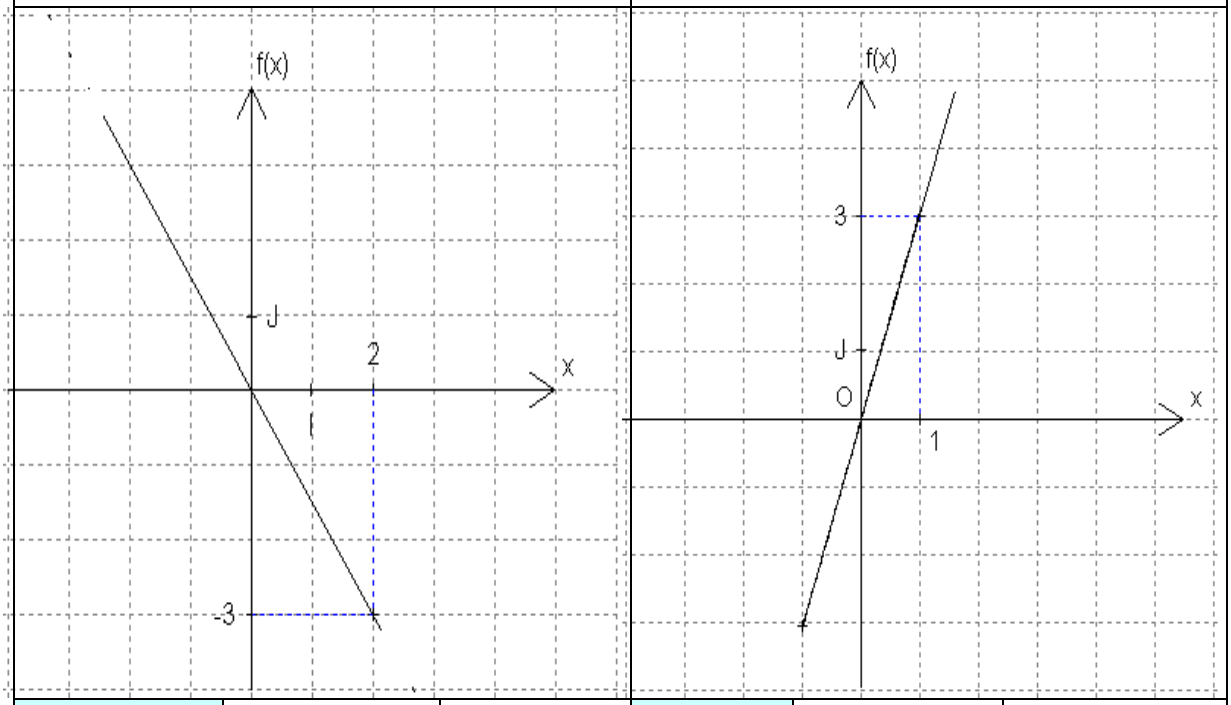
## 2 ـ التمثيل المبياني للدالة الخطية.

### خاصية 2

التمثيل المبياني لدالة خطية معاملها $a$ في معلم متعامد ممنظم $(O,I,J)$ عبارة عن مستقيم يمر من أصل المعلم و من النقطة $A(1;a)$ .

مثال

| $f(x)=3x$ | | | $f(x)=-\dfrac{3}{2}x$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 0 | 1 | $x$ | 0 | 2 |
| $f(x)$ | 0 | 3 | $f(x)$ | 0 | -3 |




ملاحظة

لإنشاء التمثيل المبياني لدالة خطية يكفي تحدد نقطة وحيدة تنتمي إليه و تخالف $O$ ( أصل المعلم)

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

## II. الـــــدالـــــة التآلفيـــــــــة

### تعريف2

$a$ و $b$ عددان حقيقيان معلومان .

العلاقة $f$ التي تربط كل عدد حقيقي $x$ بالعدد الحقيقي $ax+b$ تسمى دالة تآلفية معاملها $a$ .

و نكتب : $f : x \to ax+b$ .

العدد الحقيقي $ax+b$ يسمى صورة العدد x بالدالة f ،نرمز له بالرمز $f(x)$ و نكتب $f(x)=ax+b$ .

### تطبيق 3

نعتبر الدالة التآلفية المعرفة كما يلي $f(x)=\frac{5}{3}x-\frac{1}{2}$ .

1 – أحسب $f(0)$ و $f\left(\frac{3}{5}\right)$ .

2 – حدد العدد الحقيقي $y$ الذي صورته بالدالة $f$ تساوي $\frac{1}{6}$

### الحل

لنحسب $f(0)$

لدينا $f(x)=\frac{5}{3}x-\frac{1}{2}$

إذن

$$f(0)=\frac{5}{3}\times 0-\frac{1}{2}=0-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$$

لنحسب $f\left(\frac{3}{5}\right)$

لدينا $f(x)=\frac{5}{3}x-\frac{1}{2}$

إذن $f(0)=\frac{5}{3}\times\frac{3}{5}-\frac{1}{2}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

لنحدد العدد الحقيقي $y$ .

لدينا صورة $y$ بالدالة $f$ تساوي $\frac{1}{6}$

يكافئ $f(y)=\frac{1}{6}$ يكافئ $\frac{5}{3}y-\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

يكافئ $6\left(\frac{5}{3}y-\frac{1}{2}\right)=6\times\frac{1}{6}$

يكافئ $10y-3=1$ يكافئ $10y=1+3$

يكافئ $10y=4$ يكافئ $y=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

ومنه العدد الحقيقي الذي صورته ب $f$ ، $\frac{1}{6}$ هو $\frac{2}{5}$

ملاحظة : لحساب $f(x)$ نضرب العدد $x$ في $a$ ثم نضيف إلى الناتج العدد $b$ .

$$x \to \times a \to ax \to +b \to ax+b$$

## 1 ـ معامل الدالة التآلفية .

### خاصية 3

$f$ دالة تآلفية معاملها $a$ .

– إذا كان $x_1$ و $x_2$ عددين حقيقيين مختلفين فإن $a=\frac{f(x_1)-f(x_1)}{x_1-x_2}$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

**تطبيق 4**

$f$ دالة تآلفية بحيث $f(5)=4$ و $f(-4)=1$ . حدد صيغة الدالة $f$ .

**الحل**

$f$ دالةتألفية إذن تكتب على الشكل $f(x)=ax+b$

. لنحدد المعامل $a$

نعلم أن $a=\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$ حيث $x_1\neq x_2$

نأخذ $x_1=5$ و $x_2=-4$ نحصل على:

$$a=\frac{f(5)-f(-4)}{5-(-4)}=\frac{4-1}{5+4}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$

. تحديد $b$

لدينا $f(5)=4$ تكافئ $\frac{1}{3}\times 5+b=4$

يكافئ $\frac{5}{3}+b=4$

يكافئ $\frac{5}{3}+b+\left(-\frac{5}{3}\right)=4+\left(-\frac{5}{3}\right)$

يكافئ $b=4-\frac{5}{3}$ يكافئ $b=\frac{12-5}{3}=\frac{7}{3}$

ومنه $f(x)=\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$

## 2 ـ التمثيل المبياني للدالة التآلفية .

**خاصية 4**

التمثيل المبياني لدالة تآلفية معاملها $a$ في معلم متعامد ممنظم $(O,I,J)$ عبارة عن مستقيم يمر من النقطتين $A(0;b)$ و $B(1,a+b)$ .

**مثال**

| $f(x)=3x+2$ | | | $f(x)=-\frac{3}{2}x-2$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 0 | -1 | $x$ | 0 | -2 |
| $f(x)$ | 2 | -1 | $f(x)$ | -2 | 1 |

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

ملاحظة

$f$ دالة تآلفية $(\ell_f)$ تمثيلها المبياني في معلم متعامد $(O,I,J)$

$M(x,y) \in (\ell_f)$ يعني $f(x)=y$

## تطبيق 5

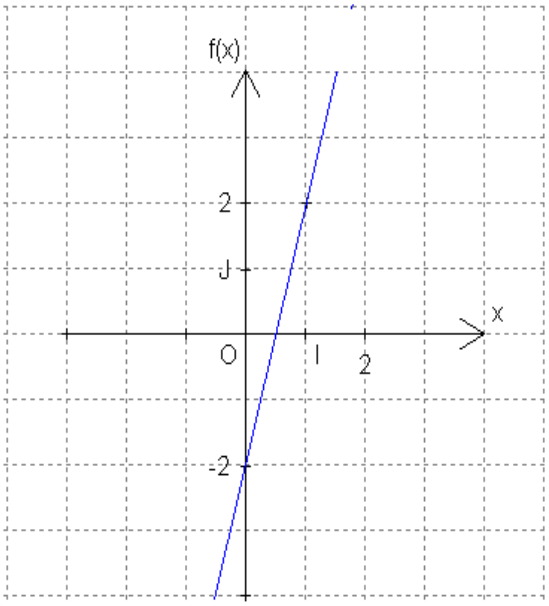
نعتبر الدالة التآلفية المعرفة كما يلي

$f(x)=2x-3$ $(\ell_f)$ تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم علما أن $E(2a;5) \in (\ell_f)$

## تطبيق 6

$a$

الشكل أسفله يمثل التمثيل المبياني لدالة في معلم متعامد $(O,I,J)$




1 – ماهي طبيعة الدالة $f$ ؟ علل جوابك ؟

2 – حدد صيغة الدالة $f$ .

3 – أحسب صورة العدد 100 بالدالة $f$ .

## حل التطبيق 1

لنحدد قيمة العدد $a$ .

لدينا $E(2a;5) \in (\ell_f)$

يكافئ $f(2a)=5$

يكافئ $2\times 2a-3=5$ يكافئ $4a-3=5$

يكافئ $4a-3+3=5+3$ يكافئ $4a=8$

يكافئ $\frac{1}{4}\times 4a=\frac{1}{4}\times 8$ يكافئ $a=2$

## حل التطبيق 2

1– طبيعة الدالة $f$

بما أن التمثيل المبياني للدالة $f$ عبارة عن مستقيم لا يمر من أصل المعلم .

فإن الدالة $f$ عبارة عن دالة تآلفية .

2 – صيغة الدالة $f$ .

$f$ دالة تآلفية تكتب علي شكل $f(x)=ax+b$

– تحديد المعامل $a$

من خلال التمثيل المبياني نلاحظ أن :

النقطتين $A(0,-2)$ و $B(1,2)$ تنتميان إلى التمثيل المبياني للدالة $f$ .

إذن $f(0)=-2$ و $f(1)=2$

من جهة أخرى نعلم أن $a=\frac{f(x_1)-f(x_1)}{x_1-x_2}$

نأخذ $x_1=1$ و $x_2=0$ نحصل على:

$$a=\frac{f(1)-f(0)}{1-0}=\frac{2+2}{1}=4$$

– تحدد $b$

لدينا $A(0,-2)$ يكافئ $f(0)=-2$

يكافئ $4\times 0+b=-2$

يكافئ $b=-2$

ومنه الدالة $f$ معرفة كما يلي $f(x)=4x-2$

3 – لنحسب صورة العدد 100 بالدالة $f$ .

لدينا $f(x)=4x-2$

إذن $f(100)=4\times 100-2$

$=400-2$

$=398$

وبالتالي صورة العدد 100 بالدالة $f$ هي 398

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma