



## الدالة الخطية والدالة التالية

### الجزء الأول : الدالة الخطية :

غالباً ما نسمع العبارات التالية :

- ✓ الطاقة المستهلكة بدلالة مدة الإشتغال .
- ✓ الضغط الجوي بدلالة الإرتفاع .
- ✓ المسافة المقطوعة بدلالة المدة .
- ✓ أجرة العامل بدلالة ساعات العمل .

#### تعريف

عدد حقيقي معلوم .

العلاقة  $f$  التي تربط كل عدد حقيقي  $x$  بالعدد الحقيقي  $ax$  تسمى دالة خطية معاملها  $a$

ونكتب :  $f(x) = ax$

✓ العدد  $ax$  يسمى صورة العدد  $x$  بالدالة  $f$  .

#### مثال 1 :

كان معدل الولادات في عام 2016 على مستوى العالم ، أربعة

مواليد تقريباً كل ثانية ( $s$ ) . كون جدولًا وأوجد تعبير الدالة .

#### مثال 2 : أمثلة لبعض الدوال الخطية :

$s$	1	2	3	4
$f(s)$	4	8	12	16

إذن تعبير الدالة هو :  $f(s) = 4s$

$$u(x) = -x \quad \text{و} \quad h(x) = \frac{1}{2}x \quad \text{و} \quad g(x) = 0x \quad \text{و} \quad f(x) = 3x$$

مثال 3 : لتكن  $f$  الدالة الخطية المعرفة ب :

(1) أحسب  $f(-1)$   $f(0)$

(2) حدد صورة العدد 3 بالدالة  $f$  ( أي  $f(3)$  )

(3) حدد العدد  $x$  الذي صورته بالدالة  $f$  هي العدد -8

#### الحل :

(1) لدينا  $f(x) = 2x$  إذن  $0 = 2 \times 0 = 0$  و  $f(-1) = 2 \times (-1) = -2$

(2) العدد هو  $x$  والصورة هي  $f(x)$  إذن  $f(3) = 2 \times 3 = 6$  إذن صورة 3 بالدالة  $f$  هي 6

(3) لحل المعادلة :  $2x = -8$  إذن  $x = \frac{-8}{2}$  وبالتالي  $x = -4$  ومنه :  $f(x) = -8$

#### خاصية

إذا كانت  $f$  دالة خطية و  $x$  عدد حقيقي غير منعدم ، فإن :

معامل الدالة  $f$  هو العدد الحقيقي :  $a = \frac{f(x)}{x}$

مثال : نعتبر الدالة الخطية بحيث :  $f(x) = 3x$  . بين أن :  $f(2) = 6$

الحل : بما أن الدالة  $f$  خطية إذن معاملها هو  $a = \frac{f(x)}{x} = \frac{f(2)}{2} = \frac{6}{2} = 3$

وبما أن صيغة الدالة الخطية تكتب على الشكل :  $f(x) = ax$  فإن :  $f(x) = 3x$

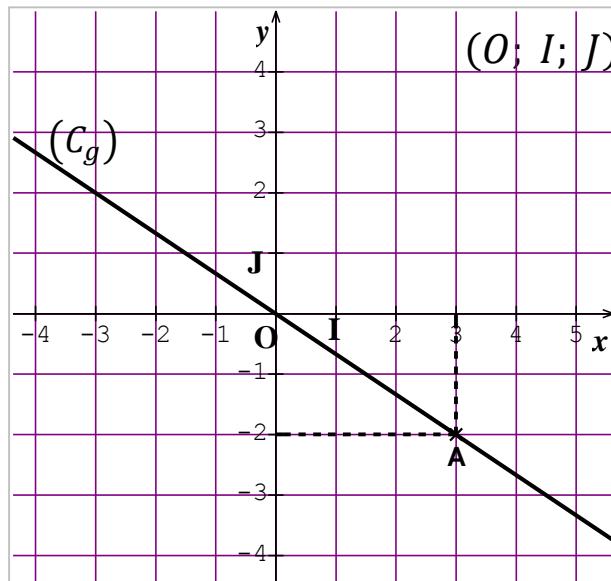
التمثيل المباني لدالة خطية :

خاصية

في معلم  $(O; I; J)$  ، التمثيل المباني لدالة خطية هو مستقيم يمر من أصل المعلم  $O$

**مثال :** لتكن  $g$  الدالة الخطية المعرفة بـ :

**(1) أحسب  $g(3)$**



**(2) أنشئ التمثيل المباني للدالة  $g$  في معلم متواحد منتظم**

**الحل :** (1) لدينا

$$g(x) = \frac{-2}{3}x$$

إذن

$$g(3) = -2$$

(2) لدينا

ومنه التمثيل المباني للدالة  $g$  عبارة عن مستقيم

يمر من النقطتين  $(0; 0)$  و  $(3; -2)$  أصل المعلم .

**الجزء الثاني : الدالة التالية :**

تعريف

**و  $a$  و  $b$  عداد حقيقيان معلومان .**  
العلاقة  $f$  التي تربط كل عدد حقيقي  $x$  بالعدد الحقيقي  $ax + b$  تسمى دالة تالية معاملها  $a$

$$f(x) = ax + b$$

ونكتب : **✓ العدد  $ax + b$  يسمى صورة العدد  $x$  بالدالة  $f$  .**

**مثال 1 : أمثلة لبعض الدوال التالية :**

$$h(x) = -2x - 2 \quad \text{و} \quad g(x) = \frac{3}{2}x - 1 \quad \text{و} \quad f(x) = x - 3$$

**مثال 2 :** يصل ارتفاع نبتة إلى  $4\text{ cm}$  وينمو  $2\text{ cm}$  كل يوم .

(1) أكتب دالة تعبر عن المسألة ؟

(2) توقيع طول النبتة بعد مرور 8 أيام ؟

**الحل :**

(1) لدينا معامل الدالة (معدل التغير اليومي) هو  $a = 2\text{ cm}$  والطول الأصلي للنبتة هو  $b = 4\text{ cm}$

إذن المسألة عبارة عن دالة تالية صيغتها هي :

$$f(x) = 2x + 4$$

(2) لدينا  $x$  هو عدد الأيام إذن طول النبتة بعد 8 أيام هو  $f(8)$

$$f(8) = 2 \times 8 + 4 = 16 + 4 = 20$$

وبالتالي طول النبتة بعد 8 أيام هو :

**مثال 3 :** لتكن  $g$  دالة تألفية بحيث :  $g(x) = 2x - 4$

(1) أحسب  $g(0)$  و  $(1)$

(2) أحسب صورة العدد  $2$  بالدالة  $g$

(3) حدد العدد الذي صورته  $6$  بالدالة  $g$

**الحل :**

$$g(1) = 2 \times 1 - 4 = 2 - 4 = -2 \quad g(0) = 2 \times 0 - 4 = -4 \quad (1)$$

$$g(2) = 2 \times 2 - 4 = 4 - 4 = 0 \quad \text{إذن} \quad g(x) = 2x - 4 \quad (2)$$

$$2x = 6 + 4 \quad \text{إذن} \quad 2x - 4 = 6 \quad \text{و منه} \quad g(x) = 6 \quad (3)$$

$$x = 5 \quad \text{وبالتالي العدد هو} \quad x = \frac{10}{2} \quad \text{يعني أن}$$

**خاصية**

$f$  دالة تألفية و  $x_1$  و  $x_2$  عددان حقيقيان :

$$a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \quad \text{معامل الدالة } f \text{ هو :}$$

**مثال :**  $f$  دالة تألفية بحيث :  $f(0) = 3$  و  $f(1) = 5$

(1) حدد معامل الدالة  $f$

(2) حدد صيغة الدالة  $f(x)$

**الحل :**

(1) لدينا  $f$  دالة تألفية إذن  $a = \frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \frac{5 - 3}{1 - 0} = 2$  وبالتالي معامل الدالة  $f$  هو :

(2) لدينا  $f$  دالة تألفية إذن صيغتها تكتب على الشكل :  $f(x) = ax + b$  إذن  $b$

لنحدد العدد الحقيقي  $b$  : بما أن  $f(0) = 3$  إذن  $f(0) = 2 \times 0 + b = 3$

إذن  $3 = 2 \times 0 + b$  و  $b = 3$  وبالتالي صيغة الدالة  $f$  هي :

**لتمثيل المباني لدالة تألفية :**

**تعريف**

التمثيل المباني لدالة تألفية هو مستقيم يمر من نقطتين  $(A(x_1; f(x_1))$  و  $(B(x_2; f(x_2))$

**مثال :** نعتبر الدالة التألفية  $f$  بحيث :  $f(x) = 2x - 1$

والنقطتين  $(A(0; f(0))$  و  $(B(2; f(2))$ .

أحسب  $f(0)$  و  $f(2)$  وأنشئ المستقيم  $(AB)$  التمثيل المباني للدالة  $f$

**الحل :**

$$A(0; -1) \quad \text{إذن} \quad f(0) = 2 \times 0 - 1 = 0 - 1 = -1$$

$$B(2; 3) \quad \text{إذن} \quad f(2) = 2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3$$