

3 coll

الدالة الخطية والدالة التآلفية

الجزء الأول : الدالة الخطية :

- غالباً ما نسمع العبارات التالية :
- ✓ الضغط الجوي بدلالة الارتفاع .
 - ✓ المسافة المقطوعة بدلالة المدة .
 - ✓ الطاقة المستهلكة بدلالة مدة الإشتغال .
 - ✓ أجره العامل بدلالة ساعات العمل .

تعريف

a عدد حقيقي معلوم .
العلاقة f التي تربط كل عدد حقيقي x بالعدد الحقيقي ax تسمى دالة خطية معاملها a
ونكتب : $f(x) = ax$
✓ العدد ax يسمى صورة العدد x بالدالة f .

مثال 1 :

s	1	2	3	4
$f(s)$	4	8	12	16

كان معدل الولادات في عام 2016 على مستوى العالم ، أربعة مواليد تقريباً كل ثانية (s) . كون جدولاً وأوجد تعبير الدالة .

إذن تعبير الدالة هو : $f(s) = 4s$

مثال 2 : أمثلة لبعض الدوال الخطية :

$$f(x) = 3x \quad \text{و} \quad g(x) = 0x \quad \text{و} \quad h(x) = \frac{1}{2}x \quad \text{و} \quad u(x) = -x$$

مثال 3 : لتكن f الدالة الخطية المعرفة بـ : $f(x) = 2x$

(1) أحسب $f(0)$ و $f(-1)$

(2) حدد صورة العدد 3 بالدالة f (أي $f(3)$)

(3) حدد العدد x الذي صورته بالدالة f هي العدد -8

الحل :

(1) لدينا $f(x) = 2x$ إذن $f(0) = 2 \times 0 = 0$ و $f(-1) = 2 \times (-1) = -2$

(2) العدد هو x و الصورة هي $f(x)$ إذن $f(3) = 2 \times 3 = 6$ إذن صورة 3 بالدالة f هي 6

(3) لنحل المعادلة : $f(x) = -8$ إذن $2x = -8$ ومنه : $x = \frac{-8}{2}$ وبالتالي $x = -4$

خاصية

إذا كانت f دالة خطية و x عدد حقيقي غير منعدم ، فإن :

$$a = \frac{f(x)}{x} \quad \text{معامل الدالة } f \text{ هو العدد الحقيقي}$$

مثال : نعتبر الدالة الخطية بحيث : $f(2) = 6$. بين أن : $f(x) = 3x$

الحل : بما أن الدالة f خطية إذن معاملها هو $a = \frac{f(x)}{x} = \frac{f(2)}{2} = \frac{6}{2} = 3$

وبما أن صيغة الدالة الخطية تكتب على الشكل : $f(x) = ax$ فإن $f(x) = 3x$

التمثيل المبياني لدالة خطية :

خاصية

في معلم $(O; I; J)$ ، التمثيل المبياني لدالة خطية هو مستقيم يمر من أصل المعلم O

مثال : لتكن g الدالة الخطية المعرفة ب : $g(x) = -\frac{2}{3}x$

(1) أحسب $g(3)$

(2) أنشئ التمثيل المبياني للدالة g في معلم متعامد ممنظم $(O; I; J)$

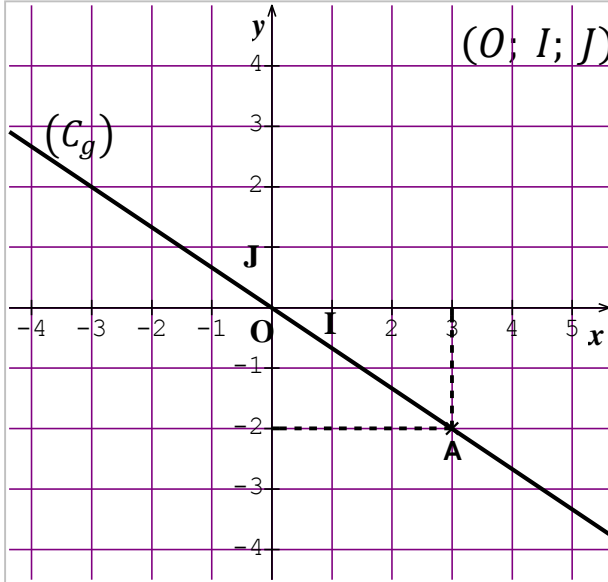
الحل : (1) لدينا $g(x) = -\frac{2}{3}x$

$$g(3) = -\frac{2}{3} \times 3 = -2 \quad \text{إذن}$$

(2) لدينا $g(3) = -2$

ومنه التمثيل المبياني للدالة g عبارة عن مستقيم

يمر من النقطتين $O(0; 0)$ و $A(3; -2)$ أصل المعلم .



الجزء الثاني : الدالة التآلفية :

تعريف

a و b عدنان حقيقيان معلومان .
العلاقة f التي تربط كل عدد حقيقي x بالعدد الحقيقي $ax + b$ تسمى دالة تآلفية معاملها a

ونكتب : $f(x) = ax + b$

✓ العدد $ax + b$ يسمى صورة العدد x بالدالة f .

مثال 1 : أمثلة لبعض الدوال التآلفية :

$$f(x) = x - 3 \quad \text{و} \quad g(x) = \frac{3}{2}x - 1 \quad \text{و} \quad h(x) = -2x - 2$$

مثال 2 : يصل ارتفاع نبتة إلى 4 cm وينمو 2 cm كل يوم .

(1) أكتب دالة تعبر عن المسألة ؟

(2) توقع طول النبتة بعد مرور 8 أيام ؟

الحل :

(1) لدينا معامل الدالة (معدل التغير اليومي) هو $a = 2 \text{ cm}$ والطول الأصلي للنبتة هو $b = 4 \text{ cm}$

إذن المسألة عبارة عن دالة تآلفية صيغتها هي : $f(x) = 2x + 4$

(2) لدينا x هو عدد الأيام إذن طول النبتة بعد 8 أيام هو $f(8)$

$$\text{إذن : } f(8) = 2 \times 8 + 4 = 16 + 4 = 20$$

وبالتالي طول النبتة بعد 8 أيام هو : 20 cm

مثال 3 : لتكن دالة تآلفية بحيث : $g(x) = 2x - 4$

- (1) أحسب $g(0)$ و $g(1)$
- (2) أحسب صورة العدد 2 بالدالة g
- (3) حدد العدد الذي صورته 6 بالدالة g

الحل :

- (1) $g(0) = 2 \times 0 - 4 = -4$ و $g(1) = 2 \times 1 - 4 = 2 - 4 = -2$
- (2) لدينا $g(x) = 2x - 4$ إذن $g(2) = 2 \times 2 - 4 = 4 - 4 = 0$
- (3) لدينا $g(x) = 6$ إذن $2x - 4 = 6$ ومنه $2x = 6 + 4$
يعني أن $x = \frac{10}{2}$ وبالتالي العدد هو $x = 5$

خاصية

f دالة تآلفية و x_1 و x_2 عدنان حقيقيان :
معامل الدالة f هو : $a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$

مثال : f دالة تآلفية بحيث : $f(0) = 3$ و $f(1) = 5$

- (1) حدد معامل الدالة f
- (2) حدد صيغة الدالة $f(x)$

الحل :

- (1) لدينا f دالة تآلفية إذن $a = \frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \frac{5 - 3}{1 - 0} = 2$ وبالتالي معامل الدالة f هو : $a = 2$
- (2) لدينا f دالة تآلفية إذن صيغتها تكتب على الشكل : $f(x) = ax + b$ إذن $f(x) = 2x + b$
لنحدد العدد الحقيقي b : بما أن $f(0) = 3$ إذن $f(0) = 2 \times 0 + b = 3$
إذن $b = 3$ و $a = 2$ وبالتالي صيغة الدالة f هي : $f(x) = 2x + 3$

لتمثيل المبياني لدالة تآلفية :

تعريف

التمثيل المبياني لدالة تآلفية هو مستقيم يمر من نقطتين $A(x_1; f(x_1))$ و $B(x_2; f(x_2))$

مثال : نعتبر الدالة التآلفية f بحيث : $f(x) = 2x - 1$

والنقطتين $A(0; f(0))$ و $B(2; f(2))$.

أحسب $f(0)$ و $f(2)$ وأنشئ المستقيم (AB) التمثيل المبياني للدالة f

الحل :

$f(0) = 2 \times 0 - 1 = 0 - 1 = -1$ إذن $A(0; -1)$

$f(2) = 2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3$ إذن $B(2; 3)$

