هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين - حلول

تمرين 1

انتبه ← تعليق ←

$$\begin{cases} 3x-4y=10 \\ 2x+5y=22 \end{cases}$$

$(-4,1)$	$(0,-2,5)$	$(6,2)$	$(3,-5)$
لدينا : $3\times(-4)-4\times1=-12-4=-16$ إذن $(-4,1)$ ليس حلا للمعادلة الأولى ، فهو إذن ليس حلا للنظمة	لدينا : $2\times0+5\times(-2,5)=0-12,5=-12,5$ إذن $(0,-2,5)$ ليس حلا للمعادلة الثانية ، فهو إذن ليس حلا للنظمة رغم أن الزوج حل للمعادلة الأولى فإننا في الجواب نذكر المعادلة الثانية، لأنها هي سبب عدم كونه حلا للنظمة.	لدينا : $3\times6-4\times2=18-8=10$ و $2\times6+5\times2=12+10=22$ إذن $(6,2)$ حل للمعادلتين معا ، فهو إذن حل للنظمة.	لدينا : $3\times3-4\times(-5)=9+20=29$ إذن $(-4,1)$ ليس حلا للمعادلة الأولى ، فهو إذن ليس حلا للنظمة

تمرين 2

انتبه ← تعليق ←

$\begin{cases} x-5y=-1 \\ 3x-4y=8 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x-5y=-1 \\ -5x+y=-4 \end{cases}$	$\begin{cases} \sqrt{2}\,x-3y=0 \\ -x+\sqrt{2}\,y=-\sqrt{2} \end{cases}$
لدينا : $\begin{cases} x=5y-1 \\ 3x-4y=8 \end{cases}$	لدينا: $\begin{cases} 2x-5y=-1 \\ y=-4+5x \end{cases}$	لدينا: $\begin{cases} \sqrt{2}\,x-3y=0 \\ \sqrt{2}\,y+\sqrt{2}=x \end{cases}$
منه : $\begin{cases} x=5y-1 \\ 3(5y-1)-4y=8 \end{cases}$	منه : $\begin{cases} 2x-5(-4+5x)=-1 \\ y=-4+5x \end{cases}$	$\begin{cases} \sqrt{2}\left(\sqrt{2}y+\sqrt{2}\right)-3y=0 \\ x=\sqrt{2}y+\sqrt{2} \end{cases}$
منه : $\begin{cases} x=5y-1 \\ 15y-3-4y=8 \end{cases}$	منه : $\begin{cases} 2x+20-25x=-1 \\ y=-4+5x \end{cases}$	منه : $\begin{cases} 2y+2-3y=0 \\ x=\sqrt{2}y+\sqrt{2} \end{cases}$
منه: $\begin{cases} x=5y-1 \\ 11y=11 \end{cases}$	منه: $\begin{cases} -23x=-21 \\ y=-4+5x \end{cases}$	منه: $\begin{cases} -y+2=0 \\ x=\sqrt{2}y+\sqrt{2} \end{cases}$
منه : $\begin{cases} x=5y-1 \\ y=\dfrac{11}{11}=1 \end{cases}$	منه: $\begin{cases} x=\dfrac{21}{23} \\ y=-4+5x \end{cases}$	منه: $\begin{cases} 2=y \\ x=\sqrt{2}y+\sqrt{2} \end{cases}$
منه : $\begin{cases} x=5\times1-1=5-1=4 \\ y=1 \end{cases}$	$\begin{cases} x=\dfrac{21}{23} \\ y=-4+5\times\dfrac{21}{23}=\dfrac{-92+105}{23}=\dfrac{13}{23} \end{cases}$	$\begin{cases} y=2 \\ x=2\sqrt{2}+\sqrt{2}=3\sqrt{2} \end{cases}$
بالتالي حل هذه النظمة هو : $(4,1)$	بالتالي حل هذه النظمة هو : $\left(\dfrac{21}{23},\dfrac{13}{23}\right)$	بالتالي حل هذه النظمة هو : $\left(3\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$

لاحظ أن الحلول قد تكون أعدادا صحيحة أو جذرية أو حقيقية، يستحسن التأكد من صحة الحل إذا كانت الحسابات غير صعبة ، ففي المثال الأول يمكن التأكد بسهولة أن $(4,1)$ جواب صحيح، و ذلك لأن : $\begin{cases} 4-5\times1=4-5=-1 \\ 3\times4-4\times1=12-4=8 \end{cases}$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تمرين 3

انتبه ← تعليق

$\begin{cases}7x-5y=1\\3x+4y=25\end{cases}$	$\begin{cases}3x-2y=9\\2x-6y=-8\end{cases}$	$\begin{cases}3x+7y=8\\2x+5y=11\end{cases}$
لدينا : $\begin{matrix}\times 4\\ \times 5\end{matrix}\begin{cases}7x-5y=1\\3x+4y=25\end{cases}$ منه : $\begin{cases}28x-20y=4\\15x+20y=125\end{cases}$ نجمع فنجد : $43x=129$ منه : $x=\frac{129}{43}=3$ نعوض في المعادلة الثانية : $3\times 3+4y=25$ $9+4y=25$ $4y=25-9$ $4y=16$ $y=\frac{16}{4}$ $y=4$ بالتالي حل هذه النظمة هو : $(3,4)$	لدينا : $\begin{matrix}\times(-3)\\ \\ \end{matrix}\begin{cases}3x-2y=9\\2x-6y=-8\end{cases}$ منه : $\begin{cases}-9x+6y=-27\\2x-6y=-8\end{cases}$ نجمع فنجد : $-7x=-35$ منه : $x=\frac{-35}{-7}=5$ نعوض في المعادلة الأولى : $3\times 5-2y=9$ $15-2y=9$ $-2y=9-15$ $-2y=-6$ $y=\frac{-6}{-2}$ $y=3$ بالتالي حل هذه النظمة هو : $(5,3)$	لدينا : $\begin{matrix}\times(-2)\\ \times 3\end{matrix}\begin{cases}3x+7y=8\\2x+5y=11\end{cases}$ منه : $\begin{cases}-6x-14y=-16\\6x+15y=33\end{cases}$ نجمع فنجد : $y=17$ نعوض في المعادلة الثانية : $2x+5\times 17=11$ $2x+85=11$ $2x=11-85$ $2x=-74$ $x=\frac{-74}{2}$ $x=-37$ بالتالي حل هذه النظمة هو : $(-37,17)$
لإيجاد قيمة y يمكنك التعويض أيضا في المعادلة الأولى، فقط يستحسن اختيار المعادلة التي تضم حسابات أبسط.	لاحظ أن الاختيار تم بعد ملاحظة أن معامل y في المعادلة الثانية مضاعف لمعامله في المعادلة الأولى	ب مراعات ترتيب الزوج الممثل للحل ، فالعدد x يمثل دائما العدد الأول في المثال أعلاه $(17,-37)$ ليس هو حل النظمة بل $(-37,17)$

لاحظ أنه يجب أن تحصل على معاملات متقابلة بعد ضرب المعادلتين في عددين، و هكذا نتخلص من أحد المجاهيل ، لنحصل على قيمة الآخر ، ثم نختار إحدى المعادلتين و نعوض فيها قيمة المجهول المحصل عليه لنحصل على المجهول الآخر.

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تمرين 4 | انتبه ← | تعليق ←

$\begin{cases} x+y=24 \\ 2x-y=0 \end{cases}$	$\begin{cases} -2x+13y=1 \\ 5x-26y=7 \end{cases}$	$\begin{cases} 3y=1-x \\ x=13-y \end{cases}$
لدينا : $\begin{cases} x+y=24 \\ 2x-y=0 \end{cases}$ نجمع فنجد : $3x=24$ منه : $x=\frac{24}{3}=8$ نعوض في المعادلة الأولى : $8+y=24$ $y=24-8$ $y=16$ بالتالي حل هذه النظمة هو : $(8,16)$	لدينا : $\times 2 \begin{cases} -2x+13y=1 \\ 5x-26y=7 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} -4x+26y=2 \\ 5x-26y=7 \end{cases}$ نجمع فنجد : $x=9$ نعوض في المعادلة الأولى : $-2\times 9+13y=1$ $-18+13y=1$ $13y=1+18$ $13y=19$ $y=\frac{19}{13}$ بالتالي حل هذه النظمة هو : $\left(9,\frac{19}{13}\right)$	لدينا : $\begin{cases} 3y=1-x \\ x=13-y \end{cases}$ منه : $\begin{cases} 3y=1-(13-y) \\ x=13-y \end{cases}$ منه : $\begin{cases} 3y=1-13+y \\ x=13-y \end{cases}$ منه : $\begin{cases} 3y-y=-12 \\ x=13-y \end{cases}$ منه : $\begin{cases} 2y=-12 \\ x=13-y \end{cases}$ منه : $\begin{cases} y=\frac{-12}{2}=-6 \\ x=13-(-6)=13+6=19 \end{cases}$ بالتالي حل هذه النظمة هو : $(19,-6)$
← لم نحتج في هذا السؤال إلى تطبيق طريقة التعويض أو التأليفة الخطية، لكون معاملي y متقابلين.	← الحلول ليست دائما أعداد صحيحة ، قد تكون جذرية.	← طريقة التعويض تفرض نفسها في هذا السؤال

$\begin{cases} \frac{x}{3}=\frac{y}{5} \\ 3x-5y=15 \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{x}{3}=\frac{y}{-2} \\ \frac{1-x}{4}=\frac{y+4}{3} \end{cases}$
لدينا : $\begin{cases} \frac{x}{3}=\frac{y}{5} \\ 3x-5y=15 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} 5x=3y \\ 3x-5y=15 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} 5x-3y=0 \\ 3x-5y=15 \end{cases}$ $\times 5$ $\times(-3)$ منه : $\begin{cases} 5x-3y=0 \\ 3x-5y=15 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} 25x-15y=0 \\ -9x+15y=-45 \end{cases}$ نجمع : $16x=-45$ منه : $x=\frac{-45}{16}$ نعوض في المعادلة الأولى : منه: $3y=5\times\frac{-45}{16}=\frac{-225}{16}$ منه: $16\times 3y=-225$ منه: $y=\frac{-225}{48}=\frac{-75}{16}$ بالتالي حل هذه النظمة هو : $\left(\frac{-45}{16},\frac{-75}{16}\right)$	لدينا : $\begin{cases} -2x=3y \\ 3(1-x)=4(y+4) \end{cases}$ منه : $\begin{cases} -2x-3y=0 \\ 3-3x=4y+16 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} -2x-3y=0 \\ -3x-4y=16-3 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} -2x-3y=0 \\ -3x-4y=13 \end{cases}$ منه : $\times(-3)\begin{cases} 6x+9y=0 \\ \times 2 \quad -6x-8y=26 \end{cases}$ نجمع : $y=26$ نعوض في المعادلة الأولى : $-2x=3\times 26=78$ منه : $x=\frac{78}{-2}=-39$ بالتالي حل هذه النظمة هو : $(-39,26)$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تمرين 5

انتبه ← تعليق ←

$\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$	$\begin{cases} -x+3y=1 \\ 2x-6y=-2 \end{cases}$
لدينا : $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} y=5-x \\ 2x+2y=11 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} y=5-x \\ 2x+2(5-x)=11 \end{cases}$ منه $\begin{cases} y=5-x \\ 2x+10-2x=11 \end{cases}$ منه $\begin{cases} y=5-x \\ 10=11 \end{cases}$ المتساوية $10=11$ غير صحيحة ، إذن ليس لهذه النظمة حلول.	لدينا : $\begin{cases} -x+3y=1 \\ 2x-6y=-2 \end{cases}$ $\times 2$ منه : $\begin{cases} -2x+6y=2 \\ 2x-6y=-2 \end{cases}$ نجمع : $0=0$ المتساوية $0=0$ صحيحة دائما ، هذا يعني أن معادلتي النظمة متكافئتان، بمعنى أننا إذا ضربنا المعادلة الأولى في -2 نحصل على المعادلة الثانية، في هذه الحالة ، النظمة تقبل لا نهاية له من الحلول ، فكل زوج (x,y) يحقق إحدى المعادلتين سيكون حلا للنظمة، مثلا : $(-1,0)$ و $(2,1)$
نقول أيضا حلول هذه النظمة هي المجموعة الفارغة ←	هذان المثالان يؤكدان أن النظمات قد يكون لها حل وحيد أو لا يكون لها أي حل أو يكون لها ما لانهاية له من الحلول. ←

تمرين 6

انتبه ← تعليق ←

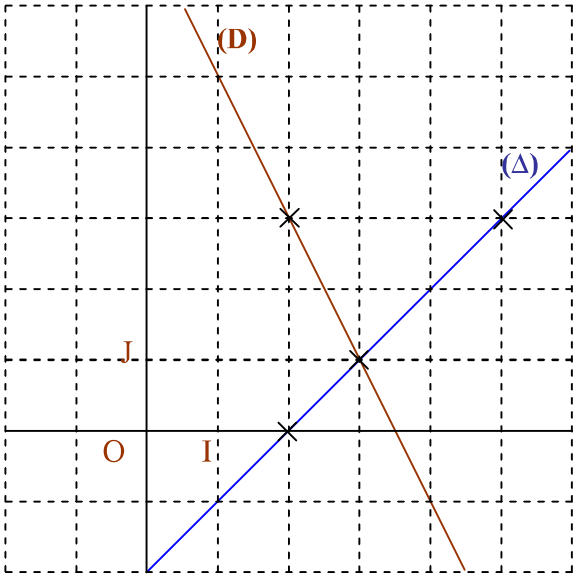
1 - أنشئ في معلم متعامد ممنظم المستقيمين : $(D)\ 2x+y=7$ و $(\Delta)\ x-y=2$

نحدد نقطتين من (D)
نأخذ مثلا $x=2$ نجد $4+y=7$ منه $y=3$
نأخذ مثلا $x=3$ نجد $6+y=7$ منه $y=1$
إذن (D) سيمر من النقطتين : $(2\ ,3)$ و $(3\ ,1)$
نحدد نقطتين من (Δ)
نأخذ مثلا $y=0$ نجد $x-0=2$ منه $x=2$
نأخذ مثلا $y=3$ نجد $x-3=2$ منه $x=5$
إذن (D) سيمر من النقطتين : $(2\ ,0)$ و $(5\ ,3)$

← يجب اختيار قيمتين ل x و إيجاد y أو العكس، حاول اختيار أعداد بسيطة ، كـ 0 ، 1 ،-1 ، ...

بعد إنشاء المستقيمين نلاحظ أنهما يتقاطعان في النقطة ذات الإحداثيات : $(3\ ,1)$
إذن حل النظمة $\begin{cases} 2x+y=7 \\ x-y=2 \end{cases}$ هو $(3\ ,1)$

← يمكنك حل النظمة جبريا للتأكد من الحل .



للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تمرين 7 ← انتبه ← تعليق

معطيات : تحتوي مزرعة على عدد غير معروف من الخرفان و الدجاج.
قام صاحب المزرعة بعد الرؤوس (الخرفان و الدجاج) فوجد 70 ثم عد الأرجل(الخرفان و الدجاج) فوجد 174
لنحدد عدد الخرفان و عدد الدجاج ؟

ليكن x عدد الخرفان و y عدد الدجاج

إذن عدد الخرفان و الدجاج هو : $x+y$ منه : $x+y=70$

و عدد أرجل الخرفان هو $4x$ (لأن لكل خروف 4 أرجل)

و عدد أرجل الدجاج هو $2y$ (لأن لكل دجاجة 2 أرجل)

إذن عدد الأرجل هو : $4x+2y$ منه : $4x+2y=174$

نحصل على النظمة : $\begin{cases} x+y=70 \\ 4x+2y=174 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} y=70-x \\ 4x+4y=174 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} y=70-x \\ 4x+2(70-x)=174 \end{cases}$

منه : $\begin{cases} y=70-x \\ 4x+140-2x=174 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} y=70-x \\ 2x=174-140=34 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} y=70-17=53 \\ x=\dfrac{34}{2}=17 \end{cases}$

خلاصة: المزرعة تحتوي على 17 خروف و 53 دجاجة .

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma