

النظم

نشاط تمهيدي

بينما كريم يمشي في الطريق التقى بشيخ يحمل سلتين من البيض فأراد أن يعرف عدد البيض في كل سلة ، فسأل الشيخ بعد إلقاء التحية فأجاب الشيخ قائلا : لو أضفنا إلى السلة الأولى 20 بيضة سيصبح عدد البيض فيها يساوي ضعف ما في السلة الثانية . أما إذا جمعنا ما في السلتين من بيض حصلنا على 55 بيضة ، ساعد كريم للوصول إلى الحل .

I. نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمحضتين

تعريف 1

مجموعة الأزواج $(x; y)$ التي تتحقق المعادلتين $ax + by = c$ و $a'x + b'y = c'$ معاً يطلق عليها مجموعة حلول النظمة $(\alpha) \left\{ \begin{array}{l} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{array} \right.$ النظمة (α) تسمى نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمحضتين .

II. حل نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمحضتين

1 - الحل الجري

أ. طريقة التعويض

تعريف 2

من إحدى المعادلتين نكتب أحد المجهولين بدلالة الآخر ثم نووضعه بتعويذه في المعادلة الأخرى .

مثال : حل النظمة التالية

الحل

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x - y = 2 \\ x + y = 1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array}$$

يكافئ
 $\frac{1}{3} \times 3x = \frac{1}{3} \times 3$ يكافئ
 $x = 1$ يكافئ
نعرض x بقيمة في المعادلة (3) نحصل
 $y = 2 \times 1 - 2 = 2 - 2 = 0$ على
ومنه حل النظمة $\left\{ \begin{array}{l} 2x - y = 2 \\ x + y = 1 \end{array} \right.$ هو الزوج $(1; 0)$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x - y = 2 \\ x + y = 1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array}$$

لتحل النظمة
. نكتب y بدلالة x في المعادلة (1)
لدينا $2x - y = 2$
(3) $y = 2x - 2$ تكافئ
. نعرض y بتعويذه في المعادلة (2) نحصل
على : $x + 2x - 2 = 1$
 $3x - 2 = 1$ تكافئ
 $3x - 2 + 2 = 1 + 2$ تكافئ

ب . طريقة التالفية الخطية

تعريف 3

من إحدى المعادلتين نكتب أحد المجهولين بدلالة الآخر ثم نوضعه بتعبيره في المعادلة الأخرى .

$$\begin{cases} 2x - 3y = 2 & (1) \\ 3x + y = -5 & (2) \end{cases}$$

مثال : حل النظمة التالية

الحل

$$x = -\frac{13}{11} \quad \text{يكافئ}$$

نوضع x بقينته في المعادلة (2) نحصل على

$$3 \times \left(-\frac{13}{11} \right) + y = -5$$

$$-\frac{39}{11} + y = -5 \quad \text{تكافئ}$$

$$-\frac{39}{11} + y + \frac{39}{11} = -5 + \frac{39}{11} \quad \text{تكافئ}$$

$$y = \frac{-55 + 39}{11} = -\frac{16}{11} \quad \text{يكافئ}$$

ومنه حل النظمة هو الزوج

$$\left(-\frac{13}{11}; -\frac{16}{11} \right)$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ 3x + y = -5 \end{cases}$$

لحل النظمة

$$\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ 3x + y = -5 \end{cases}$$

لدينا

$$\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ 3x + y = -5 \end{cases}$$

تكافئ (2) $\times 3$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ 9x + 3y = -15 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين طرف بطرف نحصل على

$$2x - 3y + 9x + 3y = 2 + (-15)$$

$$2x + 9x = -13 \quad \text{يكافئ}$$

$$11x = -13 \quad \text{يكافئ}$$

$$\frac{1}{11} \times 11x = \frac{1}{11} \times (-13) \quad \text{يكافئ}$$

2 – الحل الهندسي

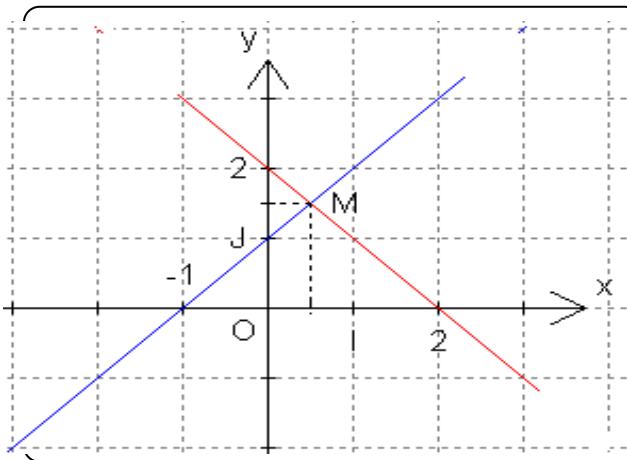
تعريف 4

لحل النظمة مبيانا ندرس وضعية المستقيمين المعرفين بالمعادلتين :

$$a'x + b'y = c' \quad \text{و} \quad ax + by = c$$

$$\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$

مثال : حل مبيانا النظمة التالية



نعتبر المستقيمين المعرفين كمائي : الشكل جانبه

$$(\Delta) : 2x + y = 2 \quad (D) : x - y = -1$$

في معلم متعدد ممنظم ($O; I; J$) نشيء

المستقيمين (Δ) و (D). مبيانا تقاطع

المستقيمين (Δ) و (D) هو القطة

$$\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right) \quad \text{ومنه الزوج} \quad M \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right) \quad \text{هو حل}$$

$$\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$

نعتبر المستقيمين (D) و (Δ) المعروفين بالمعادلتين $y = mx + p$ و $y' = m'x + p'$

- إذا كان $\begin{cases} y = mx + p \\ y = m'x + p' \end{cases}$ فإن النظمة $(D) // (\Delta)$ لا تقبل حلا.
- إذا كان $\begin{cases} y = mx + p \\ y = m'x + p' \end{cases}$ فإن النظمة $(D) = (\Delta)$ تقبل ما لا نهاية من الحلول
- إذا كان $(x_A; y_A)$ تقبل حلا و حيدا هو $\begin{cases} y = mx + p \\ y = m'x + p' \end{cases} \cap (D) \cap (\Delta) = \{A\}$.

III. مسائل تؤول في حلها إلى نظرية معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

مثال :

يقترح مسرح صنفين من المقاعد : أحدها بـ 40 درهما و الآخر بـ 70 درهما . علما أن 200 مشاهد حضروا عرضا وأن المدخل ل لهذا العرض بلغ 10400 درهم . حدد عدد المقاعد التي بيعت من كل صنف

الحل

1. اختيار المجاهيل

ليكن x عدد المقاعد المقترحة بـ 40 درهما و y عدد المقاعد المقترحة بـ 70 درهما

2. وضع المسألة في صيغة رياضية

يمكن تفصيل معطيات المسألة ك التالي :

عدد مقاعد صنف 40Dh + عدد مقاعد صنف 70Dh = 200

الثمن الإجمالي لمقاعد صنف 40Dh + الثمن الإجمالي لمقاعد صنف 70Dh = المدخل الإجمالي

بتعبير آخر : $40x + 70y = 10400$ و $x + y = 200$

3. حل المسألة

$$\begin{cases} x+y=200 & (1) \\ 40x+70y=10400 & (2) \end{cases}$$

لحل النظمة

سنستعمل طريقة التعويض لحل النظمة:

نكتب x بدلالة y في المعادلة 1 نحصل على

$x = 200 - y$ نووضع y بتعبيره في المعادلة 2 نحصل على

$40(200 - y) + 70y = 10400$ تكافئ

$40 \times 200 - 40y + 70y = 10400$ يكافي

$8000 + 30y = 10400$ يكافي

$30y = 2400$ يكافي $8000 + 30y + (-8000) = 10400 + (-8000)$

$$y = 80 \quad \text{يكافي} \quad \frac{1}{30} \times 30y = \frac{1}{30} \times 2400$$

نوع y بقيمتها في المعادلة 1 نحصل على

$x = 200 - 80 = 120$ ومنه عدد مقاعد صنف 40Dh هو 120 و عدد مقاعد صنف 70Dh هو 80

4. الرجوع إلى المسألة

$$40 \times 120 + 70 \times 80 = 4800 + 5600 = 10400 \quad \text{و} \quad 120 + 80 = 200$$