

نقطة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

I _ نقطة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين :

(1) - تعريف :

و a' و a و b' و b و c' و c أعداد حقيقة غير منعدمة.

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$

كل كتابة على شكل : تسمى نقطة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين هما العددان الحقيقيان x و y .

(2) - مثال :

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5 = 0 \\ x + 2y - 3 = 0 \end{cases}$$

نعتبر النقطة الآتية : II _ حل النقطة :

(1) - تعاريف :

* / حل نقطة هو تحديد الأزواج $(x; y)$ التي تحقق معادلتي هذه النقطة.

* / حل نقطة ينقسم إلى قسمين :

-- الحل الجبري ، وهو نوعان : طريقة التعويض و طريقة التاليفية الخطية.

-- الحل المباني .

(2) - أمثلة :

أ) -- الحل الجيري لنقطة معادلتين :

$$(E) \quad \begin{cases} (1) \quad 2x + y = 11 \\ (2) \quad x + 3y = 18 \end{cases}$$

لحل النقطة : في المعادلة (1) نحسب y بدلالة x . إذن :

في المعادلة (2) نعرض y بالقيمة $11 - 2x$ ثم نحسب x . إذن :

$$x + 3(11 - 2x) = 18$$

$$x + 33 - 6x = 18$$

$$x - 6x = 18 - 33$$

$$-5x = -15$$

$$x = \frac{-15}{-5}$$

$$x = 3$$

و منه فإن :

$$y = 11 - 2 \times 3$$

$$y = 11 - 6$$

$$y = 5$$

و بالتالي الزوج $(3;5)$ هو حل هذه النظمة .

$$(F) : \begin{cases} (1) & 2x + 3y = 5 \\ (2) & 5x + 6y = 14 \end{cases} \quad \text{لحل النظمة :} \quad * / \text{طريقة التالفية الخطية :}$$

$$\begin{cases} -4x - 6y = -10 \\ 5x + 6y = 14 \end{cases} \quad \text{بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد 2 - نحصل على النظمة :}$$

بجمع المعادلتين المحصل عليهما طرف بطرف نحصل على :

$$-4x - 6y + 5x + 6y = -10 + 14$$

$$-4x + 5x - 6y + 6y = 4$$

$$x = 4$$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد 5 و طرفي المعادلة (2) في العدد 2 - نحصل على النظمة :

$$\begin{cases} 10x + 15y = 25 \\ -10x - 12y = -28 \end{cases}$$

بجمع المعادلتين المحصل عليهما طرف بطرف نحصل على :

$$10x + 15y - 10x - 12y = 25 - 28$$

$$10x - 10x + 15y - 12y = -3$$

$$3y = -3$$

$$y = \frac{-3}{3}$$

$$y = -1$$

و بالتالي الزوج $(4;-5)$ هو حل النظمة .

ب) -- الحل المباني لنظمة معادلتين :

$$(S) : \begin{cases} 4x - y - 2 = 0 \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases} \quad \text{لحل النظمة :}$$

. $4x - y - 2 = 0$: ليكن (D_1) المستقيم الذي معادلته

. $2x - y + 2 = 0$: ليكن (D_2) المستقيم الذي معادلته

لنحدد المعادلة المختصر لكل من المستقيمين (D_1) و (D_2)

$$\begin{cases} (D_1) : y = 4x - 2 \\ (D_2) : y = 2x + 2 \end{cases} \quad \text{لدينا :}$$

نلاحظ أن المستقيمين (D_1) و (D_2) ليس لهما نفس الميل ، إذن فهما مستقيمان متلقاطعان .

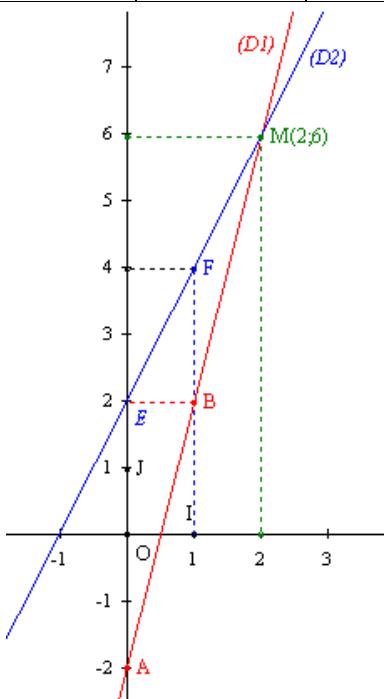
و بالتالي للنظامة حلاً وحيداً هو زوج إحداثي نقطة تقاطع المستقيمان (D_1) و (D_2) . لتكن $M(x_M; y_M)$ نقطة تقاطع المستقيمان (D_1) و (D_2) . لنحدد زوج إحداثي M .

نعتبر المستوى منسوباً إلى معلم متعاون منظم $(O; I; J)$.

لننشئ المستقيمان (D_1) و (D_2)

	(D_2)	
x	0	1
y	2	4
$M(x; y)$	$E(0; 2)$	$F(1; 4)$

	(D_1)	
x	0	1
y	-2	2
$M(x; y)$	$A(0; -2)$	$B(1; 2)$



نلاحظ من خلال المبيان أن : $M(2; 6)$

و بالتالي الزوج $(2; 6)$ هو حل النظمة (S) .

* / ملاحظة هامة :

-- إذا كان للمستقيمين نفس الميل نقول أنهما متوازيان قطعاً و أن النظمة ليس لها حل .

-- إذا كان للمستقيمين نفس الميل و نفس الأرتبوب عند الأصل نقول أنهما متوازيان منطبقان و أن ما لانهاية من الأزواج حلول للنظمة .

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

III _ مسائل تؤول في حلها إلى نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين .

(1) – قاعدة :

- لحل مسألة تتبع المراحل التالية :
- اختيار المجهولين .
 - صياغة النظمة .
 - حل النظمة (جبريا) .
 - التحقق من الحل .
 - الرجوع إلى المسألة .

(2) – مثال :

ساهمت مجموعة تتكون من 20 فردا (أساتذة و تلاميذ)، في شراء مجموعة من الكتب لخزانة المدرسة بثمن 320 درهما .

إذا علمت أن كل أستاذ ساهم ب 30 درهم وأن كل تلميذ ساهم ب 10 دراهم، فما هو إذن عدد الأساتذة وما هو عدد التلاميذ المساهمين ؟

(1) – اختيار المجهولين :

ليكن x هو عدد التلاميذ المساهمين و y هو عدد الأساتذة المساهمين .

(2) – صياغة النظمة :

عدد الأفراد الذين ساهموا هو 20 فردا من بينهم أساتذة و تلاميذ ، إذن : $x + y = 20$.

ساهم كل أستاذ ب 30 درهم و ساهم كل تلميذ ب 10 دراهم بحيث مجموع مساهماتهم

يساوي 320 درهما ، إذن : $10x + 30y = 320$.

$$\begin{aligned} & \text{إذن النظمة هي :} \\ & \begin{cases} x + y = 20 \\ 10x + 30y = 320 \end{cases} \end{aligned}$$

(3) – حل النظمة :

باتباع إحدى الطريقيتين المذكرتين أعلاه نحصل على : $x = 14$ و $y = 6$.

(4) – التتحقق من الحل :

لدينا : $10 \times 14 + 30 \times 6 = 140 + 180 = 320$ و $14 + 6 = 20$

إذن الزوج $(14; 6)$ هو حل النظمة أعلاه .

(5) – الرجوع إلى المسألة :

عدد التلاميذ هو : 14 .

عدد الأساتذة هو : 6 .