

نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

I _ نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين :

(1) – تعريف :

a و a' و b و b' و c و c' أعداد حقيقية غير منعدمة .
كل كتابة على شكل :
$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$

تسمى نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين هما العددان الحقيقيان x و y .

(2) – مثال :

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5 = 0 \\ x + 2y - 3 = 0 \end{cases} \quad \text{نعتبر النظمة الآتية :}$$

II _ حل النظمة :

(1) – تعاريف :

* / حل نظمة هو تحديد الأزواج $(x; y)$ التي تحقق معادلتين هذه النظمة .
* / حل نظمة ينقسم إلى قسمين :
-- الحل الجبري ، و هو نوعان : طريقة التعويض و طريقة التآلفية الخطية .
-- الحل المبياني .

(2) – أمثلة :

(أ) -- الحل الجبري لنظمة معادلتين :

* / طريقة التعويض : لنحل النظمة :
(E)
$$\begin{cases} (1) \quad 2x + y = 11 \\ (2) \quad x + 3y = 18 \end{cases}$$

في المعادلة (1) نحسب y بدلالة x . إذن : $y = 11 - 2x$.

في المعادلة (2) نعوض y بالقيمة $11 - 2x$ ثم نحسب x . إذن :

$$x + 3(11 - 2x) = 18$$

$$x + 33 - 6x = 18$$

$$x - 6x = 18 - 33$$

$$-5x = -15$$

$$x = \frac{-15}{-5}$$

$$x = 3$$

ومنه فإن :

$$y = 11 - 2 \times 3$$

$$y = 11 - 6$$

$$y = 5$$

و بالتالي الزوج (3;5) هو حل هذه النظام (E) .

(F) :
$$\begin{cases} (1) & 2x + 3y = 5 \\ (2) & 5x + 6y = 14 \end{cases}$$
 لنحل النظام : * / طريقة التآلفية الخطية :

$$\begin{cases} -4x - 6y = -10 \\ 5x + 6y = 14 \end{cases}$$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد 2 - نحصل على النظام :

بجمع المعادلتين المحصل عليهما طرف بطرف نحصل على :

$$-4x - 6y + 5x + 6y = -10 + 14$$

$$-4x + 5x - 6y + 6y = 4$$

$$x = 4$$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد 5 و طرفي المعادلة (2) في العدد 2 - نحصل على النظام :

$$\begin{cases} 10x + 15y = 25 \\ -10x - 12y = -28 \end{cases}$$

بجمع المعادلتين المحصل عليهما طرف بطرف نحصل على :

$$10x + 15y - 10x - 12y = 25 - 28$$

$$10x - 10x + 15y - 12y = -3$$

$$3y = -3$$

$$y = \frac{-3}{3}$$

$$y = -1$$

و بالتالي الزوج (4;-5) هو حل النظام (F).

(ب) -- الحل المبياني لنظام معادلتين :

(S) :
$$\begin{cases} 4x - y - 2 = 0 \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases}$$
 لنحل النظام :

ليكن (D_1) المستقيم الذي معادلته : $4x - y - 2 = 0$.

ليكن (D_2) المستقيم الذي معادلته : $2x - y + 2 = 0$.

لنحدد المعادلة المختصر لكل من المستقيمين (D_1) و (D_2) .

$$\left\{ \begin{array}{l} (D_1) : y = 4x - 2 \\ (D_2) : y = 2x + 2 \end{array} \right. \quad \text{لدينا :}$$

نلاحظ أن المستقيمين (D_1) و (D_2) ليس لهما نفس الميل ، إذن فهما مستقيمان متقاطعان .

و بالتالي للنظمة حلا وحيدا هو زوج إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيمين (D_1) و (D_2) .

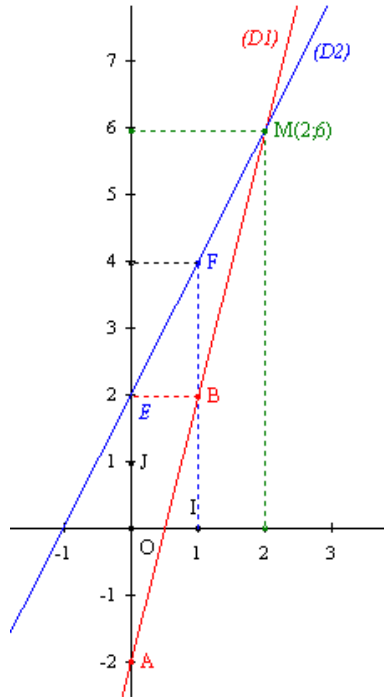
لتكن $M(x_M; y_M)$ نقطة تقاطع المستقيمين (D_1) و (D_2) . لنحدد زوج إحداثيتي M .

نعتبر المستوى منسوباً إلى معلم متعامد ممنظم $(O; I; J)$.

لننشئ المستقيمين (D_1) و (D_2) .

	(D_2)	
x	0	1
y	2	4
$M(x; y)$	$E(0; 2)$	$F(1; 4)$

	(D_1)	
x	0	1
y	-2	2
$M(x; y)$	$A(0; -2)$	$B(1; 2)$



نلاحظ من خلال المبيان أن : $M(2; 6)$

و بالتالي الزوج $(2; 6)$ هو حل النظمة (S) .

*** / ملاحظة هامة :**

-- إذا كان للمستقيمين نفس الميل نقول أنهما متوازيان قطعاً و أن النظمة ليس لها حل .

-- إذا كان للمستقيمين نفس الميل و نفس الأرتوب عند الأصل نقول أنهما متوازيان منطبقان و أن ما لانهاية من الأزواج حلول للنظمة .

(1) – قاعدة :

لحل مسألة نتبع المراحل التالية :

-- اختيار المجهولين .

-- صياغة النظام .

-- حل النظام (جبريا) .

-- التحقق من الحل .

-- الرجوع إلى المسألة .

(2) – مثال :

ساهمت مجموعة تتكون من 20 فردا (أساتذة و تلاميذ) ، في شراء مجموعة من الكتب لخزانة المدرسة بثمن 320 درهما .
إذا علمت أن كل أستاذ ساهم ب 30 درهم و أن كل تلميذ ساهم ب 10 دراهم، فما هو إذن عدد الأساتذة و ما هو عدد التلاميذ المساهمين ؟

(1) – اختيار المجهولين :

ليكن x هو عدد التلاميذ المساهمين و y هو عدد الأساتذة المساهمين .

(2) – صياغة النظام :

عدد الأفراد الذين ساهموا هو 20 فردا من بينهم أساتذة و تلاميذ ، إذن : $x + y = 20$.
ساهم كل أستاذ ب 30 درهم و ساهم كل تلميذ ب 10 دراهم بحيث مطموج كمساهماتهم يساوي 320 درهما ، إذن : $10x + 30y = 320$.

$$\cdot \begin{cases} x + y = 20 \\ 10x + 30y = 320 \end{cases} \text{ : إذن النظام هي}$$

(3) – حل النظام :

باتباع إحدى الطريقتين المذكرتين أعلاه نحصل على : $x = 14$ و $y = 6$.

(4) – التحقق من الحل :

لدينا : $14 + 6 = 20$ و $10 \times 14 + 30 \times 6 = 140 + 180 = 320$.

إذن الزوج (14;6) هو حل النظام أعلاه .

(5) – الرجوع إلى المسألة :

عدد التلاميذ هو : 14 .

عدد الأساتذة هو : 6 .