

3 coll

النظمات

مقدمة :

أحيانا نصادف بعض التمارين العلمية الصعبة لأن المعطيات غير كافية ولدينا مجهولين أو أكثر نريد أن نحسب أحدهما بطريقة غير مباشرة ، لذلك سوف نحتاج النظمات .

I. أنظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين :

تعريف

الكتابة : $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ تسمى أنظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين وحلها هو تحديد الأزواج (x, y) التي تتحقق معها المتساويتان معا.

II. الحل الجبري لنظمة :

طريقة التعويض

تعتمد هذه الطريقة على عزل أحد المجهولين في طرف لوحد في إحدى المعادلتين ، ويعوض عن قيمته في المعادلة الأخرى .

$$\begin{cases} x = 2y \\ -3y = 12 \end{cases} \text{ يعني } \begin{cases} x = 2y \\ 4y - 7y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -8 \\ y = -4 \end{cases} \text{ يعني } \begin{cases} x = 2 \times (-4) \\ y = -4 \end{cases}$$

نقول : النظمة تقبل حلاً وحيداً هو الزوج $(-8, -4)$

$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x - 7y = 12 \end{cases} \text{ مثال : نعتبر النظمة}$$

$$\begin{cases} x = 2y \\ 2x - 7y = 12 \end{cases} \text{ نعزل } x \text{ في المعادلة الأولى}$$

$$\begin{cases} x = 2y \\ 2(2y) - 7y = 12 \end{cases} \text{ نعوض } x \text{ بقيمتها في الثانية}$$

طريقة التآلفة الخطية

تسمى كذلك طريقة الحل بالحذف حيث تستخدم العمليات الحسابية مثل الضرب بمعامل الجمع والطرح لحذف أحد المجهولين .

$$\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 2x + 3y = 20 \end{cases} \text{ مثال : نعتبر النظمة}$$

✓ من أجل حذف المجهول x :

← نضرب طرفي المعادلة الأولى في المعامل -2 وطرفي المعادلة الثانية في المعامل 1 :

$$\begin{cases} -2x + 6y = -2 \\ 2x + 3y = 20 \end{cases} \text{ فنحصل على } \begin{cases} (-2) \times \begin{cases} x - 3y = 1 \\ 2x + 3y = 20 \end{cases} \\ 1 \times \end{cases}$$

← ثم نجمع المعادلتين طرفاً بطرف فنحصل على : $-2x + 2x + 6y + 3y = -2 + 20$

يعني $9y = 18$ إذن $y = 2$

✓ من أجل حذف المجهول y :

← لا نحتاج لضرب طرفي المعادلتين في معامل لأن المجهول y له نفس المعامل وهو 3 : $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 2x + 3y = 20 \end{cases}$

إذن يكفي بجمع المعادلتين طرفاً بطرف فنحصل على : $x + 2x - 3y + 3y = 1 + 20$

يعني $3x = 21$ إذن $x = 7$

وبالتالي $\begin{cases} x = 7 \\ y = 2 \end{cases}$ نقول : النظام تقبل حلاً وحيداً هو الزوج $(7; 2)$

III. الحل المبياني أو الهندسي لنظمة :

كل معادلة من النظام مرتبطة بمستقيم يجب تحديد معادلته المختصرة وتمثيله

مثال : حل مبيانياً النظام $\begin{cases} 3x + y = 10 \\ -x + 2y = -1 \end{cases}$

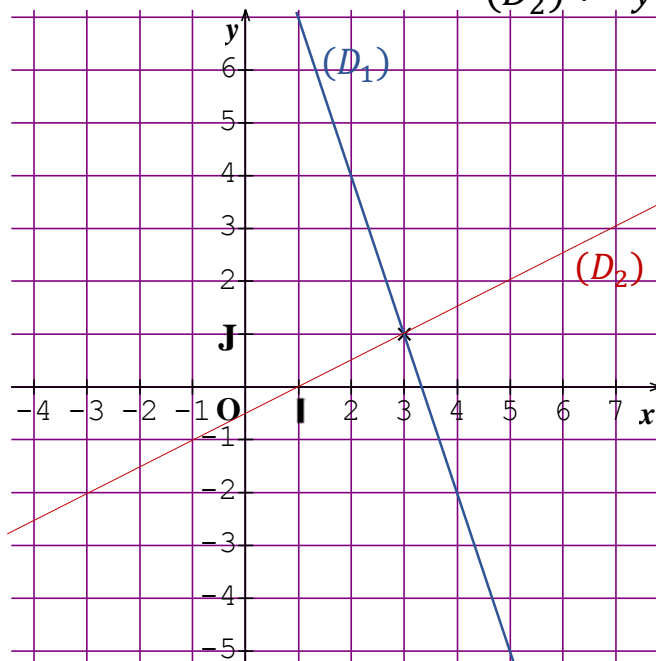
➤ الخطوة 1 : عزل y في كلتا المعادلتين :

$$\begin{cases} y = -3x + 10 \\ y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{يعني} \quad \begin{cases} y = -3x + 10 \\ y = \frac{x-1}{2} \end{cases} \quad \text{يعني} \quad \begin{cases} y = -3x + 10 \\ 2y = x - 1 \end{cases}$$

➤ الخطوة 2 : مثل مبيانياً المستقيمين في نفس المعلم :

ليكن (D_1) المستقيم الذي معادلته : $y = -3x + 10$: (D_1)

ليكن (D_2) المستقيم الذي معادلته : $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$: (D_2)



نختار بالنسبة ل (D_1) نقطتين :

x	3	4
y	1	-2

نختار بالنسبة ل (D_2) نقطتين :

x	1	3
y	0	1

نلاحظ مبيانياً أن (D_1) و (D_2) يتقاطعان في

النقطة ذات الإحداثيات $(3; 1)$

إذن حل النظام هو الزوج $(3; 1)$

IV. مسألة :

واجب المشاركة في رحلة ترفيهية هو 200 درهم للكبار و 150 درهم للصغار ، شارك في الرحلة 35 فردا فكان المبلغ الإجمالي المحصل عليه هو 6250 درهما .

ما هو عدد المشاركين الكبار وعدد المشاركين الصغار في الرحلة ؟

❖ لحل هذه المسألة نتبع الخطوات التالية :

(1) اختيار المجهولين :

ليكن x عدد المشاركين الكبار .

و ليكن y عدد المشاركين الصغار .

(2) صياغة النظمة :

✓ شارك في الرحلة 35 فردا يعني : $x + y = 35$

✓ واجب المشاركة في الرحلة هو 200 درهم للكبار و 150 درهم للصغار والمبلغ الإجمالي المحصل

هو 6250 درهم يعني : $200x + 150y = 6250$

وبالتالي نحصل على النظمة :

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 200x + 150y = 6250 \end{cases}$$

(3) حل النظمة :

$$\begin{cases} x = 35 - y \\ -50y = -750 \end{cases}$$

يعني

$$\begin{cases} x = 35 - y \\ y = \frac{-750}{-50} \end{cases}$$

إذن

$$\begin{cases} x = 35 - 15 \\ y = 15 \end{cases}$$

ومنه

$$\begin{cases} x = 20 \\ y = 15 \end{cases}$$

إذن

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 200x + 150y = 6250 \end{cases}$$

لدينا

$$\begin{cases} x = 35 - y \\ 200(35 - y) + 150y = 6250 \end{cases}$$

أي

$$\begin{cases} x = 35 - y \\ 200 \times 35 - 200 \times y + 150y = 6250 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 35 - y \\ 7000 - 200y + 150y = 6250 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 35 - y \\ -200y + 150y = 6250 - 7000 \end{cases}$$

(4) التحقق من المسألة :

لدينا $20 + 15 = 35$ و $200 \times 20 + 150 \times 15 = 6250$ إذن الزوج (20; 15) حل للنظمة.

(5) الرجوع إلى المسألة :

عدد المشاركين الكبار هو: 20 فرداً

عدد المشاركين الصغار هو: 15 فرداً