

## حل تمارين معادلة مستقيمة

### حل التمرين الأول:

1- لتكن معادلة (AB) :  $y = ax + b$  مع  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين يجب تحديدهما

$$\begin{cases} (1) & -3 = -a + b & \Leftrightarrow A(-1, -3) \in (AB) \\ (2) & 3 = 2a + 3 & \Leftrightarrow B(2, 3) \in (AB) \end{cases}$$

$$(2) - (1) \Rightarrow 6 = 3a \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = 3 - 4 = -1$$

إذن  $y = 2x - 1$  هي معادلة المستقيم (AB)

2- A و B و C مستقيمة إذن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (AB)

إذن تحقق معادلة المستقيم (AB)

$$1 = 2(b - 1) - 1$$

$$1 = 2b - 2 - 1$$

$$2b = 4 \Rightarrow b = 2$$

$$4x - 2y + 3 = 0 \quad \text{لدينا}$$

$$y = 2x + \frac{3}{2} \quad \text{أو} \quad 2y = 4x + 3 \quad \text{إذن}$$

بما أن للمستقيم  $(\Delta_1)$  و (AB) نفس المعامل الموجه فإن :  $(\Delta_1) \parallel (AB)$

$$-4 \quad \Delta_2 \perp (AB) \quad \text{إذن :} \quad (2m - 1) \times 2 = -1$$

$$2m - 1 = \frac{-1}{2} \Rightarrow 2m = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \frac{1}{4}$$

### حل التمرين الثاني:

1- لتكن  $y = ax + b$  معادلة المستقيم (oE)

لدينا  $o(0, 0)$  تنتمي إلى (oE)

إحداثيات o تحقق المعادلة إذ :  $0 = a \times 0 + b$

$$\text{إذن } b = 0$$

من جهة أخرى  $(\Delta) \perp (oE)$

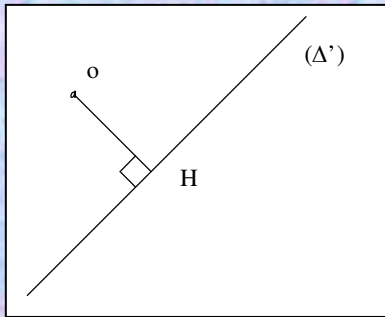
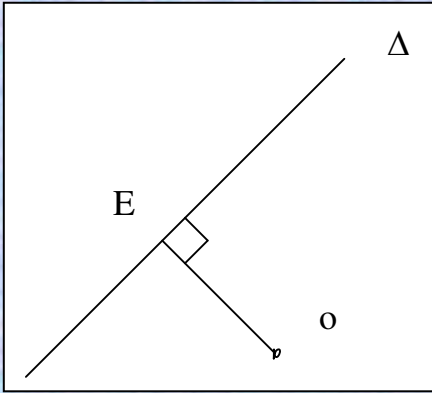
$$3 \times a = -1$$

$$a = \frac{-1}{3}$$

و بالتالي معادلة المستقيم (oE) هي :  $y = \frac{-1}{3}x$

2- رسم الشكلي يعطي أفكار جيدة من أجل انجاز التمرين

$y = ax + b$  معادلة المستقيم (oH)





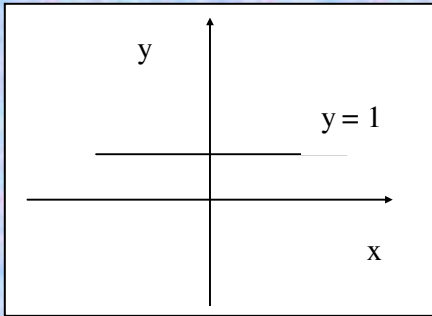
### حل التمرين الثالث:

1- تقاطع المستقيم AB و محور الأفاصيل

لتكن  $y = mx + p$  معادلة المستقيم (AB)

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1 - 1}{5} = 0 \quad (AB) \text{ المعامل الموجه للمستقيم}$$

إذن  $y = p$  ولدينا  $A \in (AB)$  إذن  $p = 1$  وبالتالي :



$$\begin{cases} y = 1 & \text{معادلة المستقيم (AB)} \\ y = 0 & \text{معادلة محور الأفاصيل هي} \end{cases}$$

ليس لهذه النظمة حل لأن  $0 \neq 1$

2- معادلة محور الأرتيب هي

معادلة المستقيم (AB) هي

و بالتالي نقطة التقاطع هي  $C(0, 1)$

و يمكن ملاحظ ذلك أيضا من خلال الشكل

3-

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \quad \text{معادلة } (\Delta) \text{ هي}$$

معادلة محولر الأفاصيل هي

تقاطع المستقيمين هو حل النظمة إذن

$$\beta = 0 \quad 0 = \alpha \times 0 + \beta \implies o \in (oH)$$

$$\alpha = \frac{y_H}{x_H} \quad \text{إذن} \quad y_H = \alpha \times x_H \implies H(x_H, y_H) \in (oH)$$

$$(oH) : y = \frac{y_H}{x_H} x \quad \text{و بالتالي معادلة}$$

$$\text{لدينا } (oH) \perp (\Delta') \quad \text{إذن} \quad \frac{y_H}{x_H} \times a = -1 \quad (1) \quad \text{إذن} \quad -y_H \times a = x_H \quad (1)$$

$$(2) \quad y_H = a x_H + b \iff H(x_H, y_H) \in (\Delta') \quad \text{من جهة أخرى}$$

نعوض قيمة  $x_H$  في (1) و في العلاقة (2)

$$y_H = a (-y_H \times a) + b$$

$$= -a^2 y_H + b$$

$$(1 + a^2) y_H = b$$

$$y_H = \frac{b}{1 + a^2}$$

و بالتالي

$$x_H = -a y_H = \frac{-a b}{1 + a^2}$$

و نستنتج أن

$$oH^2 = x_H^2 + y_H^2$$

من جهة أخرى لدينا

$$= \frac{a^2 b^2}{(1 + a^2)^2} + \frac{b^2}{(1 + a^2)^2}$$

$$= \frac{(a^2 + 1) b^2}{(a^2 + 1)^2} = \frac{b^2}{a^2 + 1}$$



$$ax + 3 = 0$$

$$a = \frac{-3}{x}$$

بما أن نقطة التقاطع هي  $D(1, 2)$  إذن  $a = \frac{-3}{1} = -3$

#### حل التمرين الرابع:

1-  $A(2\alpha, 7)$  نقطة من المستقيم إذن  $2\alpha + 2 \times 7 - 18 = 0$

$$2\alpha = 4 \implies \alpha = 2$$

2- لدينا :  $y = \frac{-1}{2}x + 9$  معادلة (AB)

لتكن  $y = mx + p$  معادلة  $(\Delta)$  لدينا  $(AB) \perp (\Delta)$  إذن

$$mx - \frac{1}{2} = -1 \quad \text{إذن :} \quad m = 2$$

من جهة أخرى  $(\Delta)$  عمودي على [AB] في النقطة I

I هي منتصف [AB] :  $I(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2})$  و  $A(4, 7)$  و  $B(-6, 9)$

أي  $I(-1, 8)$  لدينا  $I \in (\Delta)$  إذن  $y' = a'x + p$

$$8 = -2 + p \quad \text{نعوض إحداثيات I في المعادلة :}$$

$$p = 10 \quad \text{إذن}$$

وبالتالي معادلة  $(\Delta)$  هي  $y = 2x + 10$

-3

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(-6 - 4)^2 + (9 - 7)^2} \\ &= \sqrt{100 + 4} \\ &= \sqrt{104} \end{aligned}$$

-4

لتكن  $M(x, y)$  و ABME متوازي الأضلاع إذن :  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EM}$

لدينا  $\overrightarrow{AB}(-10, 2)$  و  $\overrightarrow{EM}(x + 3, y - 2)$

$$\text{إذن } x + 3 = -10 \quad \text{و} \quad y - 2 = 2$$

$$\text{إذن } x = -13 \quad \text{و} \quad y = 4$$

وبالتالي :  $M(-13, 4)$

#### حل التمرين الخامس:

1- لدينا  $A(-6, -8)$  و  $B(-8, -4)$

معادلة المستقيم (AB) :  $y = mx + p$

$$m = \frac{-4 + 8}{-8 + 6} = \frac{4}{-2} = -2$$

ثم نعوض إحداثيات A أو B في المستقيم (AB) إذن :

$$-8 = 2 \times -6 + p \implies p = 4$$

إذن  $y = -2x + 4$  معادلة (AB)

• تقاطع (AB) مع محور الأفاسيل ( $y = 0$ ) هي حل النظام



و بالتالي oAB قائم الزاوية في B

3- لتكن النقطة I (α , β) مركز الدائرة

$$Io^2 = IB^2 \quad \text{أو} \quad Io = IA = IB \quad \text{إن}$$

$$Io^2 = IB^2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + 8)^2 + (8 + 4)^2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = \alpha^2 + 16\alpha + 64 + \beta^2 + 8\beta + 16$$

$$16\alpha + 8\beta + 80 = 0$$

$$(1) \quad 2\alpha + \beta + 10 = 0$$

$$Io^2 = IA^2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + 6)^2 + (\beta + 8)^2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = \alpha^2 + 12\alpha + 36 + \beta^2 + 16\beta + 64$$

$$12\alpha + 16\beta + 100 = 0$$

$$(2) \quad 3\alpha + 4\beta + 25 = 0$$

و بالتالي نحصل على النظام :

$$\begin{cases} \times 3 & 2\alpha + \beta = -10 \\ \times 2 & 3\alpha + 4\beta = -25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 & \Leftrightarrow -2x + 4 = 0 & \Leftrightarrow \\ & y = -2x + 4 \\ & y = 0 \end{cases}$$

إن : نقطة التقاطع هي E (2 , 0)

• تقاطع (AB) مع محور الأرتيب (x = 0) هو حل النظام :

$$\begin{cases} y = -2x + 4 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$y = -2 \times 0 + 4 \quad \text{إن}$$

$$y = 4 \quad \text{إن}$$

إن نقطة التقاطع هي F (0 , 4)

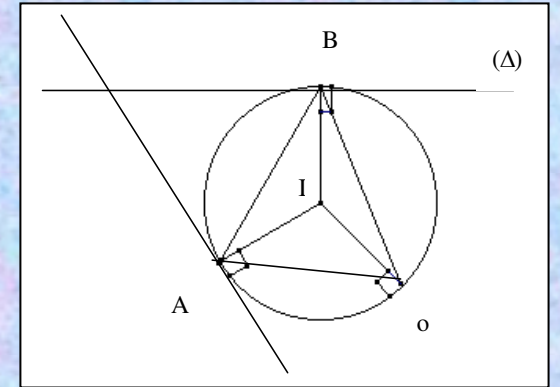
-2

$$\begin{aligned} oA &= \sqrt{(-6)^2 + (-8)^2} \\ &= \sqrt{36 + 64} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(-8 + 6)^2 + (-4 + 8)^2} \\ &= \sqrt{4 + 16} \\ &= 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$oB = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

لدينا  $oB < oA$  و  $AB < oA$  : إن  $oB^2 + AB^2 = 80 + 20 = 100 = oA^2$





$$\begin{cases} 6\alpha + 3\beta = -30 \\ 6\alpha + 8\beta = -50 \end{cases} \quad \text{حل النظام}$$

$$\beta = -4 \iff 5\beta = -20 \quad \text{يعني}$$

$$\alpha = -3 \iff 2\alpha = -6 \quad \text{إذن}$$

و بالتالي  $I(-3, -4)$

و بالتالي  $I(-3, -4)$  و الشعاع  $r = Io = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

إذن  $(I(-3, -4), 5)$  هي الدائرة المحيطة بالمثلث  $oAB$

4- ليكن المستقيم  $(\Delta)$  مماس الدائرة  $\zeta$  في  $B$

معادلة المستقيم (BI) :

حل النظام

$$a = \frac{y_B - y_I}{x_B - x_I} = \frac{-4 + 3}{-8 + 4} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$$

$$b = -2 \iff -4 = \frac{1}{4} \times -8 + b \quad \text{إذن} \quad B \in (BI)$$

$$(BI) : y = \frac{1}{4}x - 2 \quad \text{إذن المعادلة}$$

لدينا  $(\Delta)$  مماس للدائرة  $(\zeta)$  إذن :  $(\Delta)$  عمودي على الشعاع  $(IB)$

$$m = -4 \iff m \times \frac{1}{4} = -1 \quad \text{إذن}$$

و بما أن  $B \in (\Delta)$  إذن نعوض إحداثيات  $B$  في معادلة  $(\Delta) : y = -4x + b$

$$-4 = -4 \times (-8) + b$$

$$b = -36 \quad \iff$$

$$y = -4x - 36$$

و بالتالي معادلة المستقيم  $(\Delta)$  هي