

3 coll

معادلة مستقيم

I. المعادلة المختصرة لمستقيم :

تعريف

المعادلة المختصرة لمستقيم (D) هي : $y = ax + p$
 a : يسمى الميل أو المعامل الموجه أو معدل التغير.
 p : يسمى الأرتوب عند الأصل.

مثال :

✓ $y = 2x - 3$: (D) هي معادلة مختصرة للمستقيم (D) الذي ميله $a = 2$

و أرتوبه عند الأصل هو $p = -3$

✓ $y = -x$: (Δ) هي معادلة مختصرة للمستقيم (Δ) الذي ميله $a = -1$

و أرتوبه عند الأصل هو $p = 0$

حالة خاصة :

✓ $y = 2$: (D) هي معادلة للمستقيم (D) المار بالنقطة $A(0; 2)$
 و يوازي محور الأفاصيل.

✓ $x = 1$: (Δ) هي معادلة للمستقيم (Δ) المار بالنقطة $I(1; 0)$
 و يوازي محور الأرتيب.

II. إنشاء مستقيم معرف بمعادلته :

نعتبر المستوى المنسوب الى المعلم م.م $(o. i. j)$

لننشئ المستقيم (AB) الذي معادلته : $y = -2x + 3$: (AB)

بحيث $A(1; y_A)$ و $B(2; y_B)$

نعوض **أفصول** A و B في معادلة المستقيم (AB)

$$y_A = -2 \times 1 + 3 = -2 + 3 = 1$$

$$y_B = -2 \times 2 + 3 = -4 + 3 = -1$$

| x | y | |
|-----|-----|------------|
| 1 | 1 | $A(1; 1)$ |
| 2 | -1 | $B(2; -1)$ |

III. تحديد معادلة مستقيم :

خاصية

إذا كانت $A(x_A; y_A)$ و $B(x_B; y_B)$ نقطتين بحيث $x_A \neq x_B$ فإن ميل المستقيم (AB) هو : $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

مثال :

لتكن $A(-1; -3)$ و $B(-4; 0)$

(1) حدد ميل المستقيم (AB) .

(2) حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) .

الحل :

$$(1) \quad a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - (-3)}{-4 - (-1)} = \frac{0 + 3}{-4 + 1} = \frac{3}{-3} = -\frac{3}{3} = -1$$

(2) لدينا المعادلة المختصرة ل (AB) تكتب على شكل : $y = ax + p$: $(AB): y = -x + p$

$$y = -1x + p \quad \text{إذن}$$

لنحدد p : بما أن النقطة $B(-4; 0)$ تنتمي الى المستقيم (AB) فإن

$$0 = -1 \times (-4) + p \quad \text{إذن} \quad 0 = 4 - p \quad \text{و منه} \quad p = -4$$

و بالتالي المعادلة المختصرة ل (AB) هي : $(AB): y = -x - 4$

IV. توازي و تعامد مستقيمين:

(1) شرط توازي مستقيمين:

خاصية

✓ يكون مستقيمان متوازيان إذا كان لهما نفس الميل .

✓ إذا كان لمستقيمين نفس الميل, فهما متوازيان .

مثال 1:

$$\left\{ \begin{array}{l} (D_1): y = -2x + 1 \\ (D_2): y = -2x + 5 \end{array} \right.$$

لدينا (D_1) و (D_2) لهما نفس الميل إذن فهما متوازيان .

مثال 2:

نعتبر المستقيم (AB) بحيث : $y = -3x + 5$ (AB)

حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D) المار بالنقطة $C(2; 1)$ والموازي للمستقيم (AB) .

الحل : بما أن ميل (AB) هو -3 و $(AB) \parallel (D)$ فإن $a_{(AB)} = a_{(D)} = -3$

ومنه المعادلة المختصرة للمستقيم (D) هي : $y = -3x + p$ (D)

لنحدد p : بما أن (D) يمر من النقطة C إذن $1 = -3 \times 2 + p$ إذن $1 = -6 + p$

ومنه $1 + 6 = p$ إذن $p = 7$ وبالتالي $(D): y = -3x + 7$

(2) شرط تعامد مستقيمين:

خاصية

✓ يكون مستقيمان متعامدان ، إذا كان جداء ميلهما يساوي -1 .

✓ إذا كان جداء ميلي مستقيمين يساوي -1 ، فهما متعامدين .

مثال 2:

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; I; J)$ نعتبر النقط $A(4; 2)$ و $B(2; -1)$

و المستقيم (D) ذي المعادلة $y = -\frac{2}{3}x + 1$

(1) حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (AB)

(2) إستنتج أن المستقيمين (AB) و (D) متعامدان .

الحل:

(1) لنحسب الميل أولاً $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1 - 2}{2 - 4} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$

إذن معادلة المستقيم (AB) تكتب : $y = \frac{3}{2}x + p$

لنحدد p : بما أن النقطة $A(4; 2)$ تنتمي إلى المستقيم (AB) فإن

$2 = 4 \times \frac{3}{2} + p$ إذن $2 = 6 + p$ و منه $p = -4$

و بالتالي المعادلة المختصرة ل (AB) هي : $(AB): y = \frac{3}{2}x - 4$

(2) لدينا ميل (AB) هو $\frac{3}{2}$ وميل (D) هو $-\frac{2}{3}$

وبما أن $-\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = -1$ فإن $(AB) \perp (D)$