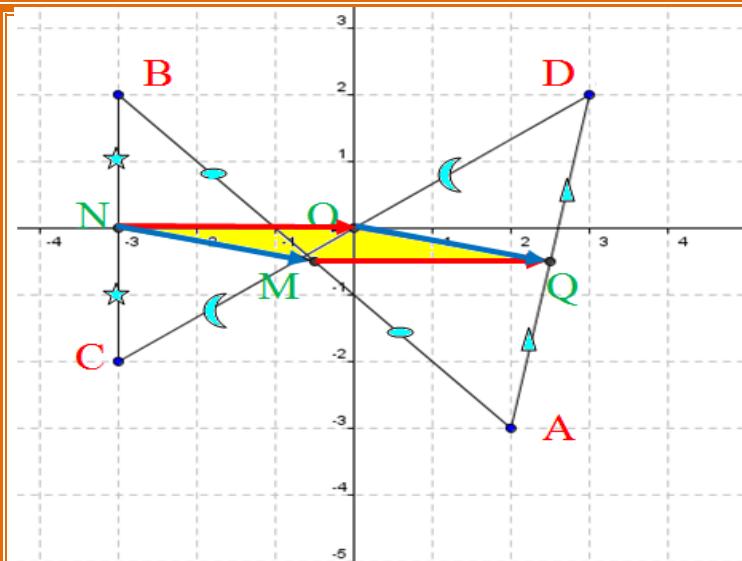




# Solutions - Indications - إشارات



- لنحسب إحداثيات كل من المتجمدين  $\overrightarrow{MN}$  و  $\overrightarrow{QO}$  ثم نستنتج

طبيعة الدوامي MNOQ

$\overrightarrow{MN}$  (\*) حساب

$$N(-3; 0) \text{ و } M\left(\frac{-1}{2}; \frac{-1}{2}\right) \text{ لدينا إذن} :$$

$$\overrightarrow{MN}(x_N - x_M; y_N - y_M)$$

$$\overrightarrow{MN}\left(-3 - \frac{-1}{2}; 0 - \frac{-1}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{MN}\left(\frac{-6+1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{MN}\left(\frac{-5}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

$\overrightarrow{QO}$  (\*) حساب

$$O(0; 0) \text{ و } Q\left(\frac{5}{2}; \frac{-1}{2}\right) \text{ لدينا إذن} :$$

$$\overrightarrow{QO}(x_O - x_Q; y_O - y_Q)$$

$$\overrightarrow{QO}\left(0 - \frac{5}{2}; 0 - \frac{-1}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{QO}\left(\frac{-5}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

MNOQ  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QO}$  تعني أن الدوامي (\*) الاستنتاج لدينا

متوازي الأضلاع

تمرين I

1-) لنحدد إحداثيات النقط M و N و Q متنصفات

قطع [AD] و [CB] و [AB]

لإحداثيات M

لدينا M متنصف  $B(-3; 2)$  و  $A(2; -3)$ : [AB]

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \quad \text{و} \quad x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_M = \frac{-3 + 2}{2} \quad \text{و} \quad x_M = \frac{2 - 3}{2}$$

$$y_M = \frac{-1}{2} \quad \text{و} \quad x_M = \frac{-1}{2}$$

$$M\left(\frac{-1}{2}; \frac{-1}{2}\right)$$

لإحداثيات N

لدينا N متنصف  $C(-3; -2)$  و  $B(-3; 2)$ : [CB]

$$y_N = \frac{y_C + y_B}{2} \quad \text{و} \quad x_N = \frac{x_C + x_B}{2}$$

$$y_N = \frac{-2 + 2}{2} \quad \text{و} \quad x_N = \frac{-3 - 3}{2}$$

$$y_N = 0 \quad \text{و} \quad x_N = \frac{-6}{2} = -3$$

$$N(-3; 0)$$

لإحداثيات Q

لدينا Q متنصف  $D(3; 2)$  و  $A(2; -3)$ : [AD]

$$y_Q = \frac{y_A + y_D}{2} \quad \text{و} \quad x_Q = \frac{x_A + x_D}{2}$$

$$y_Q = \frac{-3 + 2}{2} \quad \text{و} \quad x_Q = \frac{2 + 3}{2}$$

$$y_Q = \frac{-1}{2} \quad \text{و} \quad x_Q = \frac{5}{2}$$

$$Q\left(\frac{5}{2}; \frac{-1}{2}\right)$$

يتباع



$$BD^2 = 1^2 + 9^2$$

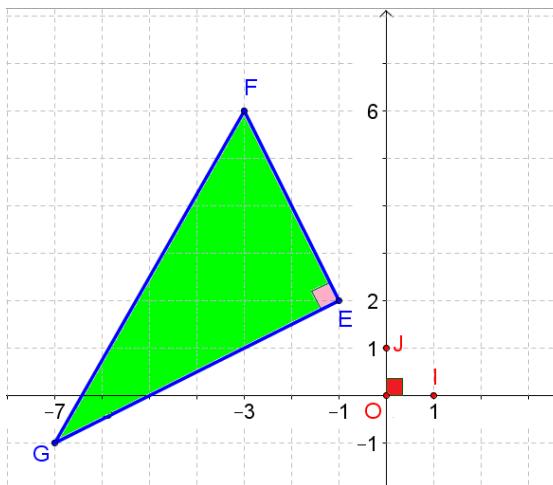
$$BD^2 = 1 + 81$$

$$BD^2 = 82$$

$$BD = \sqrt{82}$$

لدينا إذن :  $BD \neq AC$

وبما أن قطرا  $ABCD$  غير متساوين فإن  $ABCD$  ليس مستطيلا  
ولمتواري الأضلاع فقط



١° - لحساب أطوال أضلاع المثلث  $EFG$

لدينا  $(2; -1)$  و  $E(-1; 2)$  إذن :

$$EF = \sqrt{(-3 + 1)^2 + (6 - 2)^2}$$

$$EF = \sqrt{(2)^2 + (4)^2}$$

$$EF = \sqrt{4 + 16}$$

$$EF = \sqrt{20}$$

$$EF = 2\sqrt{5}$$

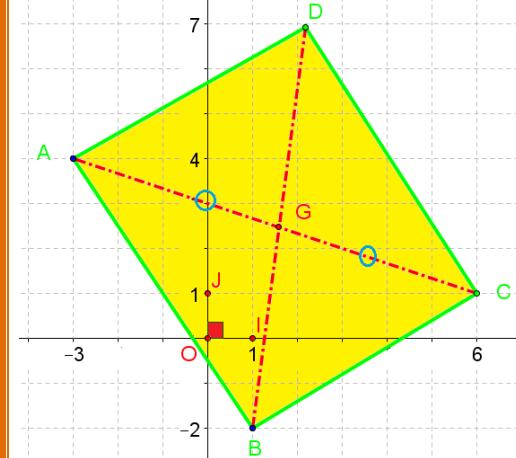
لدينا  $(-7; -1)$  و  $E(-1; 2)$  إذن :

$$EG = \sqrt{(-7 + 1)^2 + (-1 - 2)^2}$$

$$EG = \sqrt{(-6)^2 + (-3)^2}$$

$$EG = \sqrt{36 + 9}$$

$$EG = \sqrt{45}$$



تمرين II

لنبيان أن  $ABCD$  مستطيل

لدينا  $C(6; 1)$  و  $A(-3; 4)$  إذن :

$$\frac{y_A+y_C}{2} = \frac{4+1}{2} \quad \text{و} \quad \frac{x_A+x_C}{2} = \frac{-3+6}{2}$$

$$\frac{y_A+y_C}{2} = \frac{5}{2} \quad \text{و} \quad \frac{x_A+x_C}{2} = \frac{3}{2}$$

لدينا  $B(1; -2)$  و  $D(2; 7)$  إذن :

$$\frac{y_D+y_B}{2} = \frac{7-2}{2} \quad \text{و} \quad \frac{x_D+x_B}{2} = \frac{2+1}{2}$$

$$\frac{y_D+y_B}{2} = \frac{5}{2} \quad \text{و} \quad \frac{x_D+x_B}{2} = \frac{3}{2}$$

لدينا القطريان  $[BD]$  و  $[AC]$  لهما نفس المنتصف ذو الإحداثيين  $\frac{5}{2}$  و  $\frac{3}{2}$  وهذا يعني أن  $ABCD$  متوازي الأضلاع

لدينا  $C(6; 1)$  و  $A(-3; 4)$  إذن :

$$AC^2 = (6 + 3)^2 + (-3 - 4)^2$$

$$AC^2 = 9^2 + (7)^2$$

$$AC^2 = 81 + 49$$

$$AC^2 = 130$$

لدينا  $D(2; 7)$  و  $B(1; -2)$  إذن :

$$BD^2 = (2 - 1)^2 + (7 + 2)^2$$

يتابع



$$\Omega M = \sqrt{1 + 4}$$

$$\Omega M = \sqrt{5}$$

لدينا  $\Omega(1; 2)$  و  $N(-1; 1)$  إذن :

$$\Omega N = \sqrt{(x_N - x_\Omega)^2 + (y_N - y_\Omega)^2}$$

$$\Omega N = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (1 - 2)^2}$$

$$\Omega N = \sqrt{4 + 1}$$

لدينا  $\Omega(1; 2)$  و  $P(3; 1)$  إذن :

$$\Omega P = \sqrt{(x_P - x_\Omega)^2 + (y_P - y_\Omega)^2}$$

$$\Omega P = \sqrt{(3 - 1)^2 + (1 - 2)^2}$$

$$\Omega P = \sqrt{4 + 1}$$

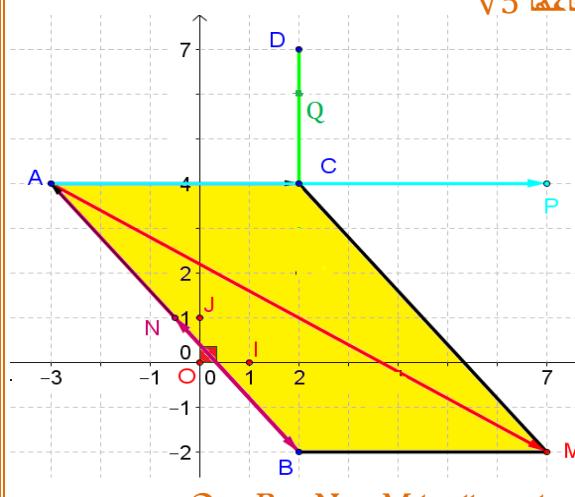
لدينا  $\Omega M = \Omega N = \Omega P = \sqrt{5}$  إذن  $M$  و  $N$  و  $P$  متساوون

نتعمق إلى الدائرة (C) التي مررناها  $\Omega$  وشعاعها  $\sqrt{5}$  ومنه

فإن المثلث  $MNP$  محاط بالدائرة (C) التي مررناها

$\Omega(1; 2)$  وشعاعها  $\sqrt{5}$

### تمرين V



1°) لنحدد إحداثياتي النقط  $M$  و  $N$  و  $P$  و  $Q$  إذن

إحداثياتنا  $M(x_M; y_M)$

حيث  $M(x_M; y_M)$  لتكن طريقة 1

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

$$M(x_M; y_M)$$

$$\Omega M = \sqrt{(x_M - x_\Omega)^2 + (y_M - y_\Omega)^2}$$

$$\Omega M = \sqrt{(2 - 1)^2 + (4 - 2)^2}$$

$$\Omega M = \sqrt{(1)^2 + (2)^2}$$

لذلك

لدينا  $G(-7; -1)$  و  $F(-3; 6)$  إذن :

$$FG = \sqrt{(x_G - x_F)^2 + (y_G - y_F)^2}$$

$$FG = \sqrt{(-7 + 3)^2 + (-1 - 6)^2}$$

$$FG = \sqrt{(-4)^2 + (-7)^2}$$

$$FG = \sqrt{16 + 49}$$

$$FG = \sqrt{65}$$

لتبين أن المثلث  $EFG$  قائم الزاوية

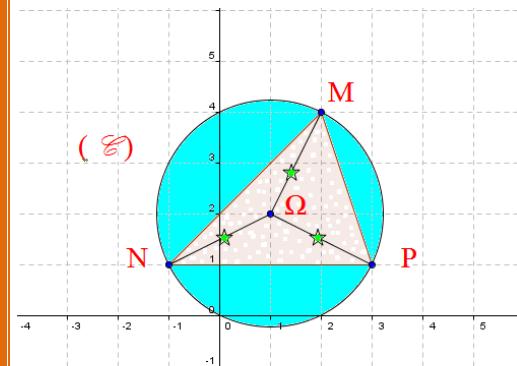
$$\text{لدينا } FG^2 = 65 \text{ إذن } FG = \sqrt{65}$$

$$\text{و } EG^2 = 45 \text{ إذن } EG = \sqrt{45}$$

$$\text{و } EF^2 = 20 \text{ إذن } EF = \sqrt{20}$$

$$\text{لأن } EG^2 + EF^2 = FG^2 \text{ وبحسب فان}$$

مثلث  $EFG$  قائم الزاوية في  $E$



لتبين أن المثلث  $MNP$  محاط بالدائرة (C) التي

مررناها  $\Omega(1; 2)$  وشعاعها  $\sqrt{5}$

لدينا  $\Omega(1; 2)$  و  $M(2; 4)$  إذن :

$$\Omega M = \sqrt{(x_M - x_\Omega)^2 + (y_M - y_\Omega)^2}$$

$$\Omega M = \sqrt{(2 - 1)^2 + (4 - 2)^2}$$

$$\Omega M = \sqrt{(1)^2 + (2)^2}$$



$$\begin{aligned} & \overrightarrow{NA}(x_A - x_N; y_A - y_N) \\ & \overrightarrow{NA}(-3 - x_N; 4 - y_N) \\ & \overrightarrow{BN}(x_N - x_B; y_N - y_B) \quad \text{لدينا} \\ & \overrightarrow{BN}(x_N - 2; y_N + 2) \quad \text{لدينا} \\ & \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{NA} \quad \text{تعني أن} \\ & y_N + 2 = 4 - y_N \quad \text{و } x_N - 2 = -3 - x_N \\ & 2y_N = 4 - 2 \quad \text{و } 2x_N = -3 + 2 \quad \text{تعني أن} \\ & 2y_N = 2 \quad \text{و } 2x_N = -1 \quad \text{تعني أن} \\ & y_N = \frac{2}{2} \quad \text{و } x_N = \frac{-1}{2} \quad \text{تعني أن} \\ & y_N = 1 \quad \text{و } x_N = \frac{-1}{2} \quad \text{تعني أن} \\ & N\left(1; \frac{-1}{2}\right) \end{aligned}$$

**طريقة 2**

$$\begin{aligned} & \text{و } [\overrightarrow{AB}] \text{ تعني أن } N \text{ متوسط } [\overrightarrow{AB}] \quad \text{لدينا} \\ & \therefore B(2; -2) \quad \text{إذن} \quad A(-3; 4) \\ & \text{تعني أن } \frac{y_A + y_B}{2} = y_N \quad \text{و } \frac{x_A + x_B}{2} = x_N \\ & \text{تعني أن } \frac{4 - 2}{2} = y_N \quad \text{و } \frac{-3 + 2}{2} = x_N \\ & \text{تعني أن } y_N = \frac{2}{2} \quad \text{و } x_N = \frac{-1}{2} \\ & \text{تعني أن } y_N = 1 \quad \text{و } x_N = \frac{-1}{2} \\ & \text{إحداثياتها } Q(**) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{CQ} = 2\overrightarrow{QD} \quad \text{لدينا} \quad \overrightarrow{CQ} = -2\overrightarrow{DQ} \quad \text{تعني أن } \overrightarrow{CQ} \text{ متوازي مع } \overrightarrow{AB} \\ & \text{و } \overrightarrow{QD}(x_D - x_Q; y_D - y_Q) \quad \text{لدينا} \\ & \text{و } \overrightarrow{QD}(2 - x_Q; 7 - y_Q) \\ & \text{و } \overrightarrow{QD}(4 - 2x_Q; 14 - 2y_Q) \quad \text{لدينا} \\ & \text{و } \overrightarrow{CQ}(x_Q - x_C; y_Q - y_C) \quad \text{تعني أن } \overrightarrow{CQ} \text{ متوازي مع } \overrightarrow{AB} \\ & \text{و } \overrightarrow{CQ}(x_Q - 2; y_Q - 4) \quad \text{لدينا} \quad \text{و } \overrightarrow{CQ}(x_Q - 2; y_Q - 4) \quad \text{تعني أن } \overrightarrow{CQ} \text{ متوازي مع } \overrightarrow{AB} \\ & 14 - 2y_Q = y_Q - 4 \quad \text{و } 4 - 2x_Q = x_Q - 2 \\ & -3y_Q = -14 - 4 \quad \text{و } -3x_Q = -4 - 2 \end{aligned}$$

**نتيج**

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) \\ & \overrightarrow{AB}(2 + 3; -2 - 4) \\ & \overrightarrow{AB}(5; -6) \\ & \overrightarrow{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A) \\ & \overrightarrow{AC}(2 + 3; 4 - 4) \\ & \overrightarrow{AC}(5; 0) \\ & \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}(5 + 5; -6 + 0) \\ & \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}(10; -6) \\ & \overrightarrow{AM}(x_M - x_A; y_M - y_A) \quad \text{لدينا} \\ & \overrightarrow{AM}(x_M + 3; y_M - 4) \quad \text{إذن} \quad \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \quad \text{لدينا} \\ & y_M - 4 = -6 \quad \text{و } x_M + 3 = 10 \quad \text{تعني أن } y_M = -6 + 4 \quad \text{و } x_M = 10 - 3 \\ & y_M = -2 \quad \text{و } x_M = 7 \quad \text{إذن } M(7; -2) \end{aligned}$$

**2 طريقة**

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) \\ & \overrightarrow{AB}(2 + 3; -2 - 4) \\ & \overrightarrow{AB}(5; -6) \\ & \overrightarrow{CM}(x_M - x_C; y_M - y_C) \\ & \overrightarrow{CM}(x_M - 2; y_M - 4) \\ & \text{لدينا } \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \quad \text{تعني أن } \overrightarrow{AM} \text{ متوازي مع } \overrightarrow{AB} \\ & \text{الآن } \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} \quad \text{تعني أن } y_M - 4 = -6 \quad \text{و } x_M - 2 = 5 \\ & \text{تعني أن } y_M = -6 + 4 \quad \text{و } x_M = 5 + 2 \\ & y_M = -2 \quad \text{و } x_M = 7 \\ & \text{إحداثياتها } N(*) \end{aligned}$$

**1 طريقة**



$$\vec{AC} + 3\vec{PC} (11 - 3x_P; 12 - 3y_P)$$

$$\vec{PA}(x_A - x_P; y_A - y_P)$$

$$\vec{PA}(-3 - x_P; 4 - y_P)$$

$$12 - 3y_P = 4 - y_P \quad 11 - 3x_P = -3 - x_P$$

$$-2y_P = 4 - 12 \quad -2x_P = -3 - 11$$

$$-2y_P = -8 \quad -2x_P = -14$$

$$y_P = \frac{-8}{-2} \quad x_P = \frac{-14}{-2}$$

$$y_P = 4 \quad x_P = 7$$

-3y\_Q = -18 \quad -3x\_Q = -6

$$y_Q = -\frac{18}{-3} \quad x_Q = \frac{-6}{-3}$$

$$y_Q = 6 \quad x_Q = 2$$

$$Q(2; 6)$$

الخطوات

طريقة 1

$$\vec{PA} = \vec{AC} + 3\vec{PC}$$

$$\vec{PA} = \vec{AC} + 3(\vec{PA} + \vec{AC})$$

$$\vec{PA} = \vec{AC} + 3\vec{PA} + 3\vec{AC}$$

$$\vec{PA} - 3\vec{PA} = 4\vec{AC}$$

$$-2\vec{PA} = 4\vec{AC}$$

$$\vec{PA} = -2\vec{AC}$$

$$\vec{PA} = 2\vec{CA}$$

نصف

$$[AP]$$

$$y_C = \frac{y_P + y_A}{2} \quad x_C = \frac{x_P + x_A}{2}$$

$$4 = \frac{y_P + 4}{2} \quad 2 = \frac{x_P - 3}{2}$$

$$8 = y_P + 4 \quad 4 = x_P - 3$$

$$8 - 4 = y_P \quad 4 + 3 = x_P$$

$$4 = y_P \quad 7 = x_P$$

$$P(7; 4)$$

طريقة 2

$$\vec{PC}(x_C - x_P; y_C - y_P)$$

$$\vec{PC}(2 - x_P; 4 - y_P)$$

$$3\vec{PC}(6 - 3x_P; 12 - 3y_P)$$

$$\vec{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A)$$

$$\vec{AC}(2 + 3; 4 - 4)$$

$$\vec{AC}(5; 0)$$

$$\vec{AC} + 3\vec{PC} (5 + 6 - 3x_P; 0 + 12 - 3y_P)$$

يتابع



$$\overrightarrow{BF}(-3 - 2; 0 + 1)$$

$$\overrightarrow{BF}(-5; 1)$$

$$\overrightarrow{AD}(x_D - x_A; y_D - y_A)$$

لدينا

$$\overrightarrow{AD}(-1 - 4; 4 - 3)$$

$$\overrightarrow{AD}(-5; 1)$$

إذن  $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AD}$  ومنه فإن  $ADFB$  متوازي الأضلاع

(EF) هل النقطة D منتصف EF

$$\overrightarrow{EF}(x_F - x_E; y_F - y_E)$$

لدينا

$$\overrightarrow{EF}(-3 - 1; 0 - 8)$$

$$\overrightarrow{EF}(-4; -8)$$

$$\frac{1}{2}\overrightarrow{EF}(-2; -4)$$

$$\overrightarrow{DF}(x_F - x_D; y_F - y_D)$$

لدينا

$$\overrightarrow{DF}(-3 + 1; 0 - 4)$$

$$\overrightarrow{DF}(-2; -4)$$

إذن  $\overrightarrow{DF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EF}$  ومنه فإن  $D$  منتصف  $EF$

(2) أ) بحسب مبياننا زوج إحداثي كل من النقط A و C و B و F و E و D

لدينا مبيانا  $C(6; 6)$  ،  $B(2; -1)$  ،  $A(4; 3)$  ،  $F(-3; 0)$  ،  $E(1; 8)$  ،  $D(-1; 4)$

ب) لتحقق حسابيا من

هل  $\overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{AC}$  متقابلان

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$$

$$\overrightarrow{AB}(2 - 4; -1 - 3)$$

$$\overrightarrow{AB}(-2; -4)$$

$$\overrightarrow{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A)$$

$$\overrightarrow{AC}(6 - 4; 7 - 3)$$

$$\overrightarrow{AC}(2; 4)$$

$$-1 \times \overrightarrow{AC}(-2; -4)$$

إذن  $\overrightarrow{AC}$  و  $\overrightarrow{AB}$  متقابلان

هل  $ADFB$  متوازي الأضلاع

$$\overrightarrow{BF}(x_F - x_B; y_F - y_B)$$

لدينا