

حلول التمارين

العلم في المستوى

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عيسى

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية

والتكوين المهني



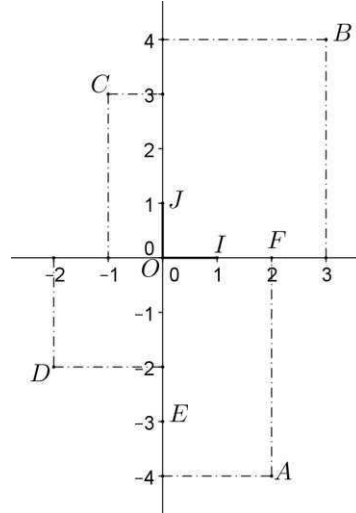
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين

جهة الدار البيضاء الكبرى

نيابة المحمدية

تمرين ① :

(1) - الشكل :



(2) - لنحدد إحداثيتي M .

لدينا : M منتصف [AC] يعني أن :

$$M\left(\frac{1}{2}; \frac{-1}{2}\right) \text{ : أي } , M\left(\frac{2-1}{2}; \frac{-4+3}{2}\right) \text{ : و منه فإن } , M\left(\frac{x_A+x_C}{2}; \frac{y_A+y_C}{2}\right)$$

(3) - لنحدد إحداثيتي N :

$$\begin{cases} 2 = \frac{-2+x_N}{2} \\ 0 = \frac{-2+y_N}{2} \end{cases} \text{ : أي } , \begin{cases} x_F = \frac{x_D+x_N}{2} \\ y_F = \frac{y_D+y_N}{2} \end{cases} \text{ : يعني أن } [DN] \text{ منتصف } F \text{ : لدينا}$$

$$\begin{cases} 6 = x_N \\ 2 = y_N \end{cases} \text{ : أي } , \begin{cases} 4+2 = x_N \\ 2 = y_N \end{cases} \text{ : إذن } , \begin{cases} 4 = -2 + x_N \\ 0 = -2 + y_N \end{cases} \text{ : و منه فإن}$$

$$\text{و بالتالي فإن } : N(6; 2)$$

(4) - لنثبت أن E : منتصف [AD] .

$$\begin{cases} x_E = \frac{x_A+x_D}{2} \\ y_E = \frac{y_A+y_D}{2} \end{cases} \text{ : و بما أن } E(0; -3) \text{ : فإن } , \begin{cases} \frac{x_A+x_D}{2} = \frac{2-2}{2} = \frac{0}{2} = 0 \\ \frac{y_A+y_D}{2} = \frac{-4-2}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \end{cases} \text{ : لدينا}$$

و بالتالي فإن E : منتصف [AD] .

(5) - لنبين أن : $\overrightarrow{AB}(1;8)$

لدينا : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$ يعني أن : $\overrightarrow{AB}(3-2; 4+4)$ أي : $\overrightarrow{AB}(1;8)$

(6) - / حساب المسافة AB :

لدينا : $AB = \sqrt{1^2 + 8^2} = \sqrt{1 + 64} = \sqrt{65}$ ، إذن : $AB = \sqrt{65}$

/ حساب المسافة DC :

لدينا : $DC = \sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2}$ يعني أن :

$$\begin{aligned} DC &= \sqrt{(-1+2)^2 + (3+2)^2} \\ &= \sqrt{1^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{1+25} \\ &= \sqrt{26} \end{aligned}$$

إذن : $DC = \sqrt{26}$

(7) - لنحدد إحداثيتي K :

لدينا : صورة A بالإزاحة التي تحول B إلى C يعني أن : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AK}$ و منه فإن :

$$\begin{cases} -2 = x_K \\ -5 = y_K \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} -4+2 = x_K \\ -1-4 = y_K \end{cases} \text{ و منه فإن } \begin{cases} -1-3 = x_K - 2 \\ 3-4 = y_K + 4 \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} x_C - x_B = x_K - x_A \\ y_C - y_B = y_K - y_A \end{cases}$$

و بالتالي فإن : $K(-2; -5)$

(8) - / لنحدد إحداثيتي $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$:

$$\begin{cases} \overrightarrow{BC}(-4; -1) \\ \overrightarrow{AD}(-4; 2) \end{cases} \text{ و منه فإن } \begin{cases} \overrightarrow{BC}(-1-3; 3-4) \\ \overrightarrow{AD}(-2-2; -2+4) \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} \overrightarrow{BC}(x_C - x_B; y_C - y_B) \\ \overrightarrow{AD}(x_D - x_A; y_D - y_A) \end{cases}$$

و منه فإن : $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}(-4-4; -1+2)$ أي : $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}(-8; 1)$

/ لنحدد إحداثيتي $-3\overrightarrow{EC}$:

لدينا : $\overrightarrow{EC}(x_C - x_E; y_C - y_E)$ أي : $\overrightarrow{EC}(-1-0; 3+3)$ ، إذن : $\overrightarrow{EC}(-1; 6)$

و منه فإن : $-3\overrightarrow{EC}(-3 \times (-1); -3 \times 6)$ أي : $-3\overrightarrow{EC}(3; -18)$

(9) - لنحدد إحداثيتي R :

لدينا : $\overrightarrow{AR} = 2\overrightarrow{AF} - \overrightarrow{BE}$ يعني أن : $\begin{cases} x_R - x_A = 2(x_F - x_A) - (x_E - x_B) \\ y_R - x_A = 2(y_F - y_A) - (y_E - y_B) \end{cases}$

$$\begin{cases} x_R = 5 \\ y_R = 11 \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} x_R = 3+2 \\ y_R = 15-4 \end{cases} \text{ ، إذن } \begin{cases} x_R - 2 = 0+3 \\ y_R + 4 = 8+7 \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} x_R - 2 = 2(2-2) - (0-3) \\ y_R + 4 = 2(0+4) - (-3-4) \end{cases}$$

وبالتالي فإن : $R(5; 11)$

تمرين ② :

(1) - لنحدد x و y :

لدينا : $ABCD$ متوازي الاضلاع يعني أن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ و منه فإن : $\begin{cases} x_B - x_A = x_C - x_D \\ y_B - y_A = y_C - y_D \end{cases}$

$$\begin{cases} x=3 \\ y=8 \end{cases} : \text{إذن} : \begin{cases} 1+2=6-x \\ -2-3=3-y \end{cases} , \text{ و منه فإن} : \begin{cases} 3-6=-x \\ -5-3=-y \end{cases} , \text{ أي} : \begin{cases} -3=-x \\ -8=-y \end{cases} , \text{ و بالتالي فإن} : \begin{cases} x=3 \\ y=8 \end{cases}$$

(2) - لنحدد إحداثي E :

لدينا : $2\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{O}$ يعني أن : $\begin{cases} 2(x_E - x_A) + (x_C - x_B) = 0 \\ 2(y_E - y_A) + (y_C - y_B) = 0 \end{cases}$ و منه فإن : $\begin{cases} 2(x_E + 2) + (6 - 1) = 0 \\ 2(y_E - 3) + (3 + 2) = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x_E = \frac{-9}{2} \\ y_E = \frac{1}{2} \end{cases} : \text{و منه فإن} : \begin{cases} 2x_E = -9 \\ 2y_E = 1 \end{cases} , \text{ إذن} : \begin{cases} 2x_E + 9 = 0 \\ 2y_E - 1 = 0 \end{cases} , \text{ و منه فإن} : \begin{cases} 2x_E + 4 + 5 = 0 \\ 2y_E - 6 + 5 = 0 \end{cases} \text{ أي} :$$

$$\text{و بالتالي فإن} : E\left(\frac{-9}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

(3) - لنثبت أن النقطة $F(2; 2)$ هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .
لدينا :

$$\begin{aligned} FC &= \sqrt{(x_C - x_F)^2 + (y_C - y_F)^2} & FB &= \sqrt{(x_B - x_F)^2 + (y_B - y_F)^2} & FA &= \sqrt{(x_A - x_F)^2 + (y_A - y_F)^2} \\ &= \sqrt{(6-2)^2 + (3-2)^2} & &= \sqrt{(1-2)^2 + (-2-2)^2} & &= \sqrt{(-2-2)^2 + (3-2)^2} \\ &= \sqrt{16+1} & &= \sqrt{1+16} & &= \sqrt{16+1} \\ &= \sqrt{17} & &= \sqrt{17} & &= \sqrt{17} \end{aligned}$$

و منه فإن :

$$FA = FB = FC$$

و بالتالي فإن : $F(2; 2)$ هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

تمرين ③ :

(1) - لنثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية :

لدينا :

$$\begin{aligned} BC^2 &= \left(\sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \right)^2 & AC^2 &= \left(\sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \right)^2 & AB^2 &= \left(\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \right)^2 \\ &= \left(\sqrt{(-3-3)^2 + (1-7)^2} \right)^2 & &= \left(\sqrt{(-3-1)^2 + (1+3)^2} \right)^2 & &= \left(\sqrt{(3-1)^2 + (7+3)^2} \right)^2 \\ &= (\sqrt{36+36})^2 & &= (\sqrt{16+16})^2 & &= (\sqrt{4+100})^2 \\ &= (\sqrt{72})^2 & &= (\sqrt{32})^2 & &= (\sqrt{104})^2 \\ &= 72 & &= 32 & &= 104 \end{aligned}$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \quad \text{نلاحظ أن :}$$

و حسب مبرهنت فيثاغورس العكسية فإن مثلث ABC قائم الزاوية في C .

$$(2) - \text{لنحسب } \tan \hat{ABC} :$$

لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في B

$$\text{إذن : } \tan \hat{ABC} = \frac{AC}{BC}$$

$$\left. \begin{array}{l} AC = \sqrt{32} \\ BC = \sqrt{72} \end{array} \right\} \text{ فإن : } \left. \begin{array}{l} AC^2 = 32 \\ BC^2 = 72 \end{array} \right\} \text{ و بما أن : و}$$

$$\text{و منه فإن : } \tan \hat{ABC} = \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{72}} \text{ ، أي : } \tan \hat{ABC} = \frac{4\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} \text{ ، و بالتالي فإن : } \boxed{\tan \hat{ABC} = \frac{2}{3}}$$

$$(3) - \text{لنحسب مساحة مثلث } ABC.$$

نضع S مساحة مثلث ABC .

لدينا إذن :

$$S = \frac{AC \times BC}{2} = \frac{\sqrt{32} \times \sqrt{72}}{2} = \frac{4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}}{2} = \frac{24 \times \sqrt{2}^2}{2} = \frac{24 \times 2}{2} = 24$$

$$\text{و بالتالي فإن : } \boxed{S = 24 \text{ cm}^2}$$

تمرين ④ :

(1) - لنحدد إحداثيات كل من A و B و C .

لدينا من خلال الشكل : $A(2; -1)$ و $B(-3; -3)$ و $C(-2; 0)$.

(2) - (أ) لنحدد إحداثيات $\overrightarrow{AB}$.

$$\text{لدينا : } \overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) \text{ يعني أن : } \overrightarrow{AB}(-3-2; -3+1) \text{ ، أي : } \boxed{\overrightarrow{AB}(-5; -2)}$$

(ب) -- لنبين أن : $AB = \sqrt{29}$.

$$\text{لدينا : } AB = \sqrt{(-5)^2 + (-2)^2} = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29}$$

$$\text{إذن : } \boxed{AB = \sqrt{29}}$$

(3) - لنثبت أن : $(CD) \parallel (AB)$.

نعلم أن : $\overrightarrow{AB}(-5; -2)$.

$$\text{و لدينا : } \overrightarrow{CD}(x_D - x_C; y_D - y_C) \text{ يعني أن : } \overrightarrow{CD}\left(\frac{1}{2} + 2; 1 - 0\right) \text{ ، أي : } \overrightarrow{CD}\left(\frac{5}{2}; 1\right)$$

$$\text{إذن : } \overrightarrow{CD} = \frac{-1}{2} \overrightarrow{AB} \left(\frac{-1}{2} \times (-5); \frac{-1}{2} \times (-2) \right) \text{ ، أي : } \frac{-1}{2} \overrightarrow{AB}\left(\frac{5}{2}; 1\right) \text{ و منه فإن : } \overrightarrow{CD} = \frac{-1}{2} \overrightarrow{AB}$$

و بالتالي فإن : $(CD) \parallel (AB)$.

(4) - لثبت أن النقطة $E(-8; -5)$ تنتمي إلى المستقيم (AB) .

لدينا : $\overrightarrow{EA}(x_A - x_E; y_A - y_E)$ يعني أن : $\overrightarrow{EA}(2+8; -1+5)$ ، أي : $\overrightarrow{EA}(10; 4)$.
و لدينا : $\overrightarrow{EB}(x_B - x_E; y_B - y_E)$ يعني أن : $\overrightarrow{EB}(-3+8; -3+5)$ ، أي : $\overrightarrow{EB}(5; 2)$.
إذن : $2\overrightarrow{EB}(2 \times 5; 2 \times 2)$ ، أي : $2\overrightarrow{EB}(10; 4)$ و منه فإن : $\overrightarrow{EA} = 2\overrightarrow{EB}$
و بالتالي فإن : $E \in (AB)$.

تمرين ⑤:

(1) - لثبت أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.

لدينا : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$ يعني أن : $\overrightarrow{AB}(-4-2; 1-5)$ ، أي : $\overrightarrow{AB}(-6; -4)$.
و لدينا : $\overrightarrow{DC}(x_C - x_D; y_C - y_D)$ يعني أن : $\overrightarrow{DC}(-2-4; -1-3)$ ، أي : $\overrightarrow{DC}(-6; -4)$.
إذن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ و منه فإن : الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.

(2) - لنحدد إحداثيات M .

لدينا M مركز الرباعي $ABCD$ يعني أن : M منتصف القطريين $[AC]$ و $[BD]$
و منه فإن : $M\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right)$ يعني أن : $M\left(\frac{2-2}{2}; \frac{5-1}{2}\right)$ ، أي : $M(0; 2)$.

(3) - لثبت أن النقطة $N(3; -3)$ تنتمي إلى واسط القطعة $[AB]$.
لدينا :

$$\begin{aligned} NB &= \sqrt{(x_B - x_N)^2 + (y_B - y_N)^2} & 9 & \quad NA = \sqrt{(x_A - x_N)^2 + (y_A - y_N)^2} \\ &= \sqrt{(-4-3)^2 + (1+3)^2} & & \quad = \sqrt{(2-3)^2 + (5+3)^2} \\ &= \sqrt{49+16} & & \quad = \sqrt{1+64} \\ &= \sqrt{65} & & \quad = \sqrt{65} \end{aligned}$$

إذن : $NA = NB$ و منه فإن : N تنتمي إلى واسط القطعة $[AB]$.

(4) - لثبت أن النقطة $F(6; -1)$ هي صورة النقطة C بالإزاحة التي تحول النقطة B إلى النقطة D .

لدينا : $\overrightarrow{BD}(x_D - x_B; y_D - y_B)$ يعني أن : $\overrightarrow{BD}(4+4; 3-3)$ ، أي : $\overrightarrow{BD}(8; 0)$.
و لدينا : $\overrightarrow{CF}(x_F - x_C; y_F - y_C)$ يعني أن : $\overrightarrow{CF}(6+2; -1+1)$ ، أي : $\overrightarrow{CF}(8; 0)$.
إذن : $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CF}$ و بالتالي فإن : $F(6; -1)$ هي صورة النقطة C بالإزاحة التي تحول النقطة B إلى النقطة D .

(5) - لثبت أن النقط A و B و E مستقيمية.

نعلم أن : $\overrightarrow{AB}(-6; -4)$

و لدينا : $\overrightarrow{AE}(x_E - x_A; y_E - y_A)$ يعني أن : $\overrightarrow{AE}(-1-2; 3-5)$ ، أي : $\overrightarrow{AE}(-3; -2)$.
إذن : $2\overrightarrow{AE}(2 \times (-3); 2 \times (-2))$ ، أي : $2\overrightarrow{AE}(-6; -4)$ و منه فإن : $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AE}$
و بالتالي فإن : أن النقط A و B و E مستقيمية.