هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

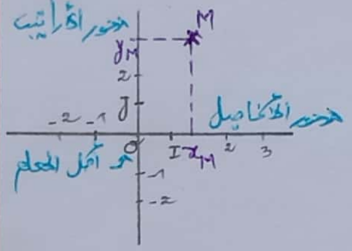
الدرس ③ المعلم في المستوى

احداثيتا نقطة

المعلم في المستوى

لدينا: $(OI) \perp (OJ)$ و $OI = OJ = 1$

* المعلم (O, I, J) يسمى معلم متعامد ممنظم
نقول أن المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم
* النقطة O تسمى أصل المعلم
* المستقيم (OI) يسمى محور الأفاصيل
* المستقيم (OJ) يسمى محور الأراتيب



احداثيتا نقطة

كل نقطة في المستوى مرتبطة بزوج (x_M, y_M) يسمى زوج احداثيتي النقطة M
x_M: يسمى أفصول M و y_M: يسمى أرتوب M
ونكتب $M(x_M, y_M)$

احداثيتا منتصف قطعة

M منتصف القطعة $[AB]$
إذن: $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$

المسافة بين نقطتين

خاصية الطريقة ①

نعتبر $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$
لدينا: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

ملاحظة هامة الطريقة ②

إذا كانت $\overrightarrow{AB}(x, y)$
فإن: $AB = \sqrt{x^2 + y^2}$

مثال: $A(1,5)$ و $B(3,9)$ و $C(11,5)$ و $D(9,1)$ لنبين أن $ABCD$ مستطيل

لدينا: $\overrightarrow{AB}(3-1, 9-5)$
إذن: $\overrightarrow{AB}(2, 4)$
و $\overrightarrow{DC}(11-9, 5-1)$
$\overrightarrow{DC}(2, 4)$
إذن: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
وبالتالي فإن $ABCD$ متوازي أضلاع

لدينا $\overrightarrow{BC}(11-3, 5-9)$
أي: $\overrightarrow{BC}(8; -4)$
و $\overrightarrow{AC}(11-1; 5-5)$
إذن $\overrightarrow{AC}(10; 0)$
لدينا: $AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$
$BC = \sqrt{8^2 + (-4)^2} = \sqrt{80}$
$AC = \sqrt{10^2 + 0^2} = \sqrt{100}$

لدينا: $AC^2 = AB^2 + BC^2$
إذن حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية المثلث ABC قائم الزاوية في B
وبالتالي فإن $ABCD$ مستطيل

احداثيتا متجهة

احداثيتا متجهة

نعتبر $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$
إذن: $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A)$

تساوي متجهتين

نعتبر $\overrightarrow{AB}(a, b)$ و $\overrightarrow{CD}(x, y)$
لدينا: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ يعني أن $a = x$ و $b = y$
تكون متجهتان متساويتان إذا كانت لهما نفس الاحداثيات.

احداثيتا مجموع وفرق متجهتين

نعتبر $\overrightarrow{AB}(a, b)$ و $\overrightarrow{CD}(x, y)$
لدينا: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}(a + x, b + y)$
$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}(a - x, b - y)$

احداثيتا متجهة ضرب عدد حقيقي

نعتبر $\overrightarrow{AB}(a, b)$ و k عدد حقيقي
لدينا: $k\overrightarrow{AB}(ka, kb)$

أسئلة مشهورة

السؤال ①

← بين أن A و B و C نقط مستقيمية
إذن يجب أن نبين أن $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$ مع $k \in \mathbb{R}$

مثال $A(2, -1)$ و $B(3, 5)$ و $C(4, 11)$
لدينا: $\overrightarrow{AB}(3-2, 5-(-1))$
$\overrightarrow{AB}(1, 6)$
$\overrightarrow{AC}(4-2, 11-(-1))$
$\overrightarrow{AC}(2, 12)$
لدينا: $2\overrightarrow{AB}(2, 12)$
إذن: $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$
يعني أن النقط A و B و C مستقيمية.

السؤال ②

← حدد احداثيتي D بحيث يكون $ABCD$ متوازي أضلاع
* نبحث عن احداثيتي D بحيث $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

مثال: $A(3,3)$ و $B(1,-4)$ و $C(-2,-2)$ لنحدد احداثيتي D بحيث $ABCD$ متوازي أضلاع
يعني أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
يعني أن $\begin{cases} x_B - x_A = x_C - x_D \\ y_B - y_A = y_C - y_D \end{cases}$
يعني أن: $1 - 3 = -2 - x_D$
$-4 - 3 = -2 - y_D$
$D(0, 5)$

السؤال ③

← طبيعة المثلث ABC
* ABC متساوي الساقين في A إذا كان $AB = AC$
* ABC مثلث متساوي الأضلاع أي أن: $AB = AC = BC$
* ABC مثلث قائم الزاوية في A إذا كان $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (مبرهنة فيتاغورس العكسية)
* ABC مثلث قائم الزاوية و متساوي الساقين

السؤال ④: طبيعة الرباعي $ABCD$

نبين أن $ABCD$ متوازي أضلاع أولا $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ⇐ $ABCD$
← $ABCD$ مستطيل إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع + ABD مثلث قائم الزاوية في A
← $ABCD$ معين إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع + ABD مثلث متساوي الساقين في A
← $ABCD$ مربع $ABCD$ متوازي أضلاع + ABD مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين في A

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع Talamid.ma
Rédigé par: Mr BENNASSER Jamal