



إحداثيات نقطة + إحداثيات متجهة



I \_ إحداثيات نقطة :

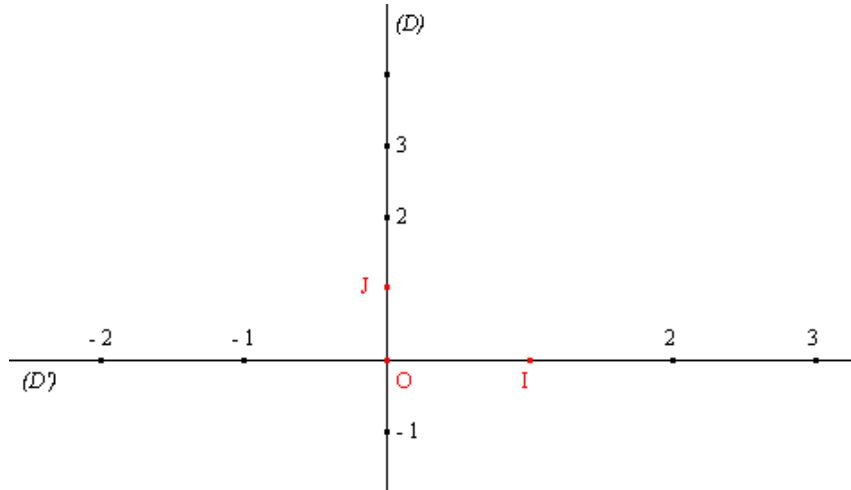
(1) - المعلم في المستوى:

\* / مثال :

O و I و J ثلاث نقط من المستوى بحيث :  $(OI) \perp (OJ)$

نعتبر  $(D)$  و  $(D')$  مستقيمان متعامدان في O و مدرجان بحيث :

$(D)$  وحدة تدريجه هي OI و  $(D')$  وحدة تدريجه هي OJ .



نقول أن المستوى منسوب إلى معلم متعامد  $(O; I; J)$  .

++ النقطة O تسمى : أصل المعلم  $(O; I; J)$  .

++ المستقيم (OI) يسمى : محور الأفاصيل .

++ المستقيم (OJ) يسمى : محور الأرتايب .

إذا كان  $OI = OJ = 1$  نسمي  $(O; I; J)$  : معلم متعامد ممنظم .

(2) - إحداثيات نقطة :

\* / تعريف :

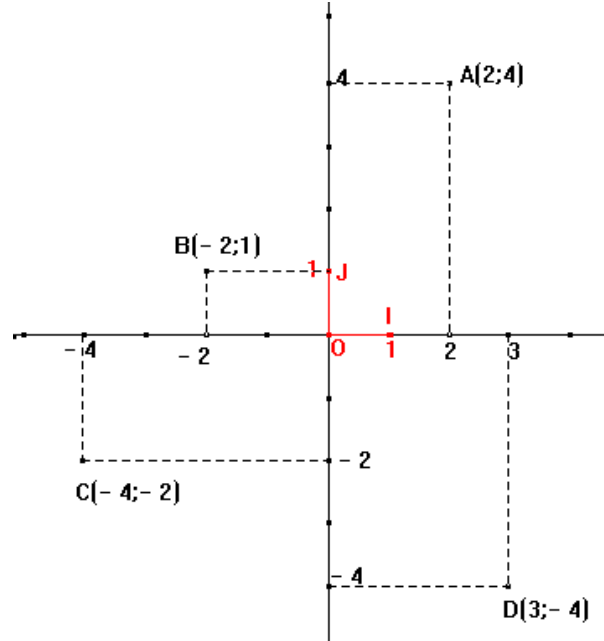
$(O; I; J)$  معلم متعامد للمستوى

كل نقطة M في المستوى مرتبطة بزوج  $(x_M; y_M)$  يسمى زوج إحداثيات النقطة M .

$x_M$  يسمى : أفصول M و  $y_M$  يسمى أرتوب M / و نكتب :  $M(x_M; y_M)$

\* / مثال :

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; I; J)$  .  
لنمثل النقاط الآتية :  $A(2;3)$  و  $B(-2;1)$  و  $C(-4;-2)$  و  $D(3;-4)$



\* / ملاحظات هامة :

- إذا كان  $(O; I; J)$  معلما للمستوى فإن :  $O(0;0)$  و  $I(1;0)$  و  $J(0;1)$  .
- إذا كانت M تنتمي إلى (OI) فإن :  $M(x_M; 0)$  .
- إذا كانت M تنتمي إلى (OJ) فإن :  $M(0; y_M)$  .

(3) – إحداثيتا منتصف قطعة :  
\* / تعريف :

$(O; I; J)$  معلم متعامد للمستوى

إذا كانت M منتصف قطعة [AB] فإن :  $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$  و  $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$

\* / مثال :

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; I; J)$  .  
لنحدد إحداثيتي النقطة E منتصف القطعة [AB] بحيث :  $A(2;3)$  و  $B(-2;1)$  .

لدينا :

$$y_E = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{و} \quad x_E = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+(-2)}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

إذن :  $E(0;2)$  .

$$\begin{aligned} & (O; I; J) \text{ معلم متعامد للمستوى} \\ & \text{إذا كانت } A(x_A; y_A) \text{ و } B(x_B; y_B) \text{ نقطتين فإن :} \\ & \text{إحداثيتا المتجهة } \overrightarrow{AB} \text{ هما : } x_B - x_A \text{ و } y_B - y_A \\ & \text{ونكتب : } \overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) \end{aligned}$$

\* / مثال :

$A(-2; 3)$  و  $B(1; -5)$  نقطتان من المستوى المنسوب إلى معلم متعامد  $(O; I; J)$ .

لنحسب إحداثيتي المتجهة  $\overrightarrow{AB}$ .

$$\left. \begin{aligned} x_B - x_A &= 1 - (-2) = 1 + 2 = 3 \\ y_B - y_A &= -5 - 3 = -8 \end{aligned} \right\} \text{ لدينا : و}$$

إذن :  $\overrightarrow{AB}(3; -8)$ .

(2) - تساوي متجهتين :

\* / قاعدة :

$$\begin{aligned} & (O; I; J) \text{ معلم متعامد للمستوى} \\ & \overrightarrow{AB} \text{ و } \overrightarrow{CD} \text{ متجهتان غير منعدمتين} \\ & \left. \begin{aligned} x_B - x_A &= x_D - x_C \\ y_B - y_A &= y_D - y_C \end{aligned} \right\} \text{ يعني أن : } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \end{aligned}$$

\* / مثال :

$A(3; 3)$  و  $B(1; -4)$  و  $C(-2; -2)$  نقط من المستوى المنسوب إلى معلم متعامد  $(O; I; J)$ .

لنحدد إحداثيتي النقطة D لكي يكون ABCD متوازي الأضلاع.

ABCD متوازي الأضلاع يعني أن :  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\left. \begin{aligned} x_B - x_A &= x_C - x_D \\ y_B - y_A &= y_C - y_D \end{aligned} \right\} \text{ أي : و}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_D = -2 - 1 + 3 \\ y_D = -2 + 4 + 3 \end{array} \right\} \text{أي : و} \quad \left. \begin{array}{l} 1 - 3 = -2 - x_D \\ -4 - 3 = -2 - y_D \end{array} \right\} \text{و منه فإن : و}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_D = 0 \\ y_D = 5 \end{array} \right\} \text{و}$$

و بالتالي فإن :  $D(0;5)$  .

### III \_ إحداثيات مجموع متجهتين :

\* / قاعدة :

(O;I;J) معلم متعامد للمستوى  
 $\overrightarrow{AB}(a;b)$  و  $\overrightarrow{CD}(c;d)$  متجهتان غير منعدمتين  
 إحداثيات المتجهة  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$  هما :  $a+c$  و  $b+d$   
 ونكتب :  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}(a+c; b+d)$

\* / مثال :

(O;I;J) معلم متعامد للمستوى.

نعتبر المتجهتين :  $\vec{u}(-2;3)$  و  $\vec{v}(2;-4)$  .

لنحدد زوج إحداثياتي المتجهة  $\vec{u} + \vec{v}$  .

لدينا :  $\vec{u} + \vec{v}(-2+2; 3-4)$

أي :  $\vec{u} + \vec{v}(0;-1)$

### IV \_ إحداثيات متجهة في عدد حقيقي :

\* / قاعدة :

(O;I;J) معلم متعامد للمستوى  
 $\overrightarrow{AB}(a;b)$  و k عدد حقيقي غير منعدم  
 إحداثيات المتجهة  $k\overrightarrow{AB}$  هما :  $ka$  و  $kb$   
 ونكتب :  $k\overrightarrow{AB}(ka; kb)$

\* / مثال :

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد (O;I;J) نعتبر المتجهة  $\vec{u}(5;-3)$  .

سيكون لدينا :  $\frac{1}{2}\vec{u}\left(\frac{5}{2}; \frac{-3}{2}\right)$

V\_ المسافة بين نقطتين :

\* / قاعدة :

في معلم متعامد ممنظم  
إذا كانت  $A(x_A; y_A)$  و  $B(x_B; y_B)$  فإن :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

\* / مثال :

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد  $(O; I; J)$  نعتبر النقطتين  $A(-1; 3)$  و  $B(3; 2)$ .

سيكون لدينا :

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(3+1)^2 + (2-3)^2} \\ &= \sqrt{4^2 + (-1)^2} \\ &= \sqrt{16+1} \\ &= \sqrt{17} \end{aligned}$$