



إحداثيتا نقطه + إحداثيتا متوجهة



I _ إحداثيتا نقطه :

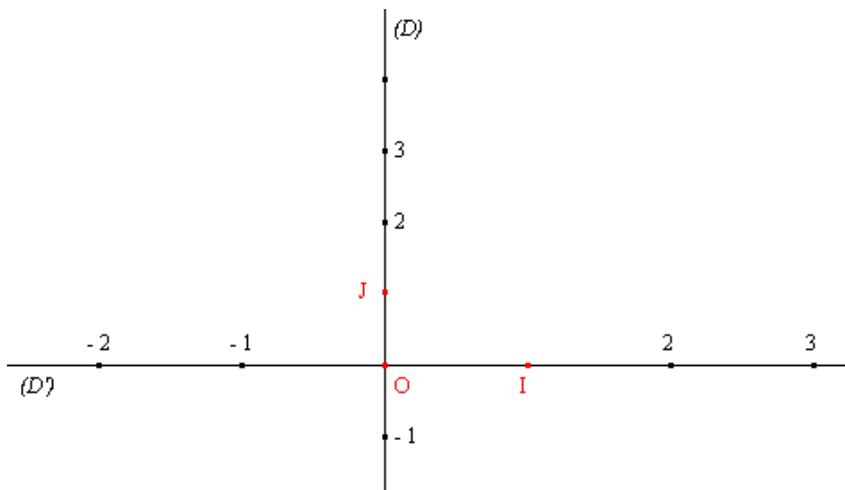
(1) – المعلم في المستوى:

* / مثال :

O و I و J ثلات نقط من المستوى بحيث : $(OI) \perp (OJ)$

نعتبر (D) و (D') مستقيمان متعامدان في O و مدرجان بحيث :

(D) وحدة تدريجه هي OI و (D') وحدة تدريجه هي OJ .



نقول أن المستوى منسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$.

++ النقطة O تسمى : أصل المعلم $(O;I;J)$.

++ المستقيم (OI) يسمى : محور الأفاسيل.

++ المستقيم (OJ) يسمى : محور الأراتيب.

إذا كان $1 = OI = OJ$ نسمى $(O;I;J)$ معلم متعامد منظم.

2 – إحداثيتا نقطه :

* / تعريف :

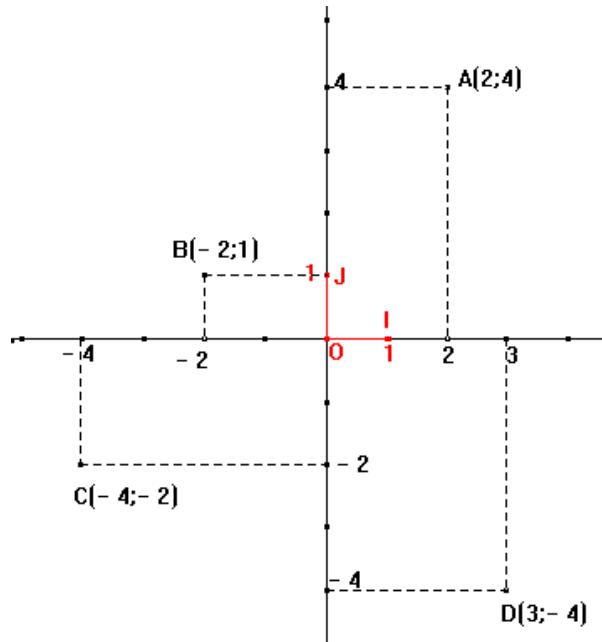
معلم متعامد للمستوى $(O;I;J)$

كل نقطة M في المستوى مرتبطة بزوج $(x_M; y_M)$ يسمى زوج إحداثي النقطة M .

x_M يسمى : أقصوص M و y_M يسمى أرتوب M / و نكتب :

* / مثال :

. المستوي منسوب إلى معلم متعمد ممنظم $(O;I;J)$
 لنمثل النقط الآتية : $D(3;-4)$ و $C(-4;-2)$ و $B(-2;1)$ و $A(2;4)$



* / ملاحظات هامة :

- إذا كان $J(0;1)$ معلماً للمستوى فإن : $O(0;0)$ و $I(1;0)$
- إذا كانت $M(x_M;0)$ تنتهي إلى (OI) فإن :
- إذا كانت $M(0;y_M)$ تنتهي إلى (OJ) فإن :

(3) – إحداثيات منتصف قطعة :
 * / تعريف :

معلم متعمد للمستوى $(O;I;J)$

إذا كانت M منتصف ثطعة $[AB]$ فإن : $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$ و $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$

* / مثال :

. المستوي منسوب إلى معلم متعمد ممنظم $(O;I;J)$
 لنحدد إحداثياتي النقطة E منتصف القطعة $[AB]$ بحيث :

لدينا :

$$y_E = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{و} \quad x_E = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+(-2)}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

إذن : $E(0;2)$

معلم متعامد للمستوى $(O;I;J)$

إذا كانت $B(x_B; y_B)$ و $A(x_A; y_A)$ نقطتين فان :
 إحداثياتي المتجهة \overrightarrow{AB} هما : $x_B - x_A$ و $y_B - y_A$:
 و نكتب : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$

* / مثال :

$A(-2; 3)$ و $B(1; -5)$ نقطتان من المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$.

لحسب إحداثياتي المتجهة \overrightarrow{AB} .

$$\left. \begin{array}{l} x_B - x_A = 1 - (-2) = 1 + 2 = 3 \\ y_B - y_A = -5 - 3 = -8 \end{array} \right\} \text{ لدينا : } \overrightarrow{AB}(3; -8)$$

(2) - تساوي متجهتين :

* / قاعدة :

معلم متعامد للمستوى $(O;I;J)$

متجهاً CD غير منعدمتين و \overrightarrow{AB}

$$\left. \begin{array}{l} x_B - x_A = x_D - x_C \\ y_B - y_A = y_D - y_C \end{array} \right\} \text{ يعني أن : } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

* / مثال :

$A(3; 3)$ و $B(1; -4)$ و $C(-2; -2)$ نقطتان من المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$.

نحدد إحداثياتي النقطة D لكي يكون $ABCD$ متوازي الأضلاع.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$: $ABCD$ متوازي الأضلاع يعني أن

$$\left. \begin{array}{l} x_B - x_A = x_C - x_D \\ y_B - y_A = y_C - y_D \end{array} \right\} \text{ أي : } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

$$\left. \begin{array}{l} x_D = -2 - 1 + 3 \\ y_D = -2 + 4 + 3 \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{أي : و} \\ \text{و منه فإن : و} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 - 3 = -2 - x_D \\ -4 - 3 = -2 - y_D \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_D = 0 \\ y_D = 5 \end{array} \right\} \quad \text{و}$$

. $D(0;5)$. وبالنالي فإن :

_ إحداثيات مجموع متجهتين : III

* / قاعدة :

$(O;I;J)$ معلم متعامد للمستوى
 و $\overset{\leftrightarrow{CD}}{(c;d)}$ و $\overset{\leftrightarrow{AB}}{(a;b)}$ متجهتان غير منعدمتين
 $b+d$ و $a+c$ هما : $\overset{\leftrightarrow{AB}}{} + \overset{\leftrightarrow{CD}}{} = \overset{\leftrightarrow{AB}}{} + \overset{\leftrightarrow{CD}}{(a+c ; b+d)}$ إحداثيات المتجهة
 ونكتب : $\overset{\leftrightarrow{AB}}{} + \overset{\leftrightarrow{CD}}{} = \overset{\leftrightarrow{AB}}{} + \overset{\leftrightarrow{CD}}{(a+c ; b+d)}$

* / مثال :

$(O;I;J)$ معلم متعامد للمستوى.

. $\overset{\leftrightarrow{v}}{(2;-4)} + \overset{\leftrightarrow{u}}{(-2;3)}$ نعتبر المتجهتين :

. لنحدد زوج إحداثي المتجهة $\overset{\leftrightarrow{u}}{} + \overset{\leftrightarrow{v}}$.

. لدينا : $\overset{\leftrightarrow{u}}{(-2+2 ; 3-4)}$

. أي : $\overset{\leftrightarrow{u}}{(+0 ; -1)}$

_ إحداثيات متجهة في عدد حقيقي : IV

* / قاعدة :

$(O;I;J)$ معلم متعامد للمستوى
 و k عدد حقيقي غير منعدم
 $\overset{\leftrightarrow{AB}}{(a;b)}$ إحداثيات المتجهة
 ونكتب : $k \overset{\leftrightarrow{AB}}{} = k \overset{\leftrightarrow{AB}}{(a;b)}$

* / مثال :

. في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$ نعتبر المتجهة $\overset{\leftrightarrow{u}}{(5;-3)}$.

. سيكون لدينا : $\frac{1}{2} \overset{\leftrightarrow{u}}{\left(\frac{5}{2}; \frac{-3}{2}\right)}$

في معلم متوازد منظم
إذا كانت $B(x_B; y_B)$ و $A(x_A; y_A)$ فإن :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

* / مثال :

في المستوى المنسوب إلى معلم متوازد $(O; I; J)$ نعتبر النقطتين $A(-1; 3)$ و $B(3, 2)$.

سيكون لدينا :

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(3+1)^2 + (2-3)^2} \\ &= \sqrt{4^2 + (-1)^2} \\ &= \sqrt{16+1} \\ &= \sqrt{17} \end{aligned}$$