

3 coll

المعلم في المستوى



مقدمة :

يتم تعيين أماكن المدن والشوارع على الخريطة ويتم تحديد مواقع السفن والطائرات باستعمال الرادار والأقمار الصناعية .

في الرياضيات نستعمل المستوى الإحداثي وهو عبارة عن معلم يحتوي على خطي أعداد متعامدين من أجل تحديد إحداثيات النقط .

I. إحداثيات نقطة :

ليكن (O, I, J) معلماً متعامداً منظملاً للمستوى $OI = OJ = 1cm$ و $(OI) \perp (OJ)$

تعريف

إحداثيات النقطة A في المعلم (O, I, J) هما :
 x_A و y_A ونكتب $A(x_A; y_A)$ ويسميان زوج إحداثيتي النقطة A .

ملاحظة :

✓ إذا كانت نقطة M تنتمي إلى محور الأفصول x_A فإن $y_M = 0$ ونكتب $M(x_M; 0)$
✓ إذا كانت نقطة M تنتمي إلى محور الأرتوب y_A فإن $x_M = 0$ ونكتب $M(0; y_M)$

مثال :

حدد إحداثيات النقط O و I و J و A و B :

$O(0; 0)$ و $I(1; 0)$ و $J(0; 1)$ و $A(5; -4)$ و $B(-3; 4)$

II. إحداثيات متجهة :

تعريف

في معلم (O, I, J) نعتبر نقطتين $A(x_A; y_A)$ و $B(x_B; y_B)$.
إحداثيتا المتجهة \overrightarrow{AB} هما :

الأفصول $x_B - x_A$ ونكتب $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$
الأرتوب $y_B - y_A$

مثال : حدد إحداثيتي المتجهة \overrightarrow{AB} الممثلة في المعلم أعلاه . حيث $A(5; -4)$ و $B(-3; 4)$

ومنه $\overrightarrow{AB}(-8; 4 + 4)$

وبالتالي $\overrightarrow{AB}(-8; 8)$

لدينا $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$

يعني أن $\overrightarrow{AB}(-3 - 5; 4 - (-4))$

خاصيات : في معلم (O, I, J) نعتبر $\overrightarrow{AB}(x; y)$ و $\overrightarrow{CD}(x'; y')$

خاصية 1

إذا كان $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ يعني أن $x = x'$ و $y = y'$

مثال : نعتبر المتجهتين $\overrightarrow{AB}(3; -1)$ و $\overrightarrow{CD}(x_D - 5; y_D - 2)$

حدد إحداثيات النقطة D علماً أن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

الحل : بما أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ فإن $\begin{cases} x_D - 5 = 3 \\ y_D - 2 = -1 \end{cases}$ إذن $\begin{cases} x_D = 3 + 5 \\ y_D = -1 + 2 \end{cases}$

ومنه $\begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = 1 \end{cases}$ وبالتالي $D(8; 1)$

خاصية 2

إذا كان $\overrightarrow{EF} = k \overrightarrow{AB}$ فإن $\overrightarrow{EF}(k x; k y)$

مثال : نعتبر المتجهة $\overrightarrow{AB}(3; -1)$. حدد إحداثيات المتجهة \overrightarrow{EF} علماً أن $\overrightarrow{EF} = -2 \overrightarrow{AB}$

الحل : بما أن $\overrightarrow{EF} = -2 \overrightarrow{AB}$ فإن $\overrightarrow{EF}(-2 \times 3; -2 \times (-1))$ وبالتالي $\overrightarrow{EF}(-6; 2)$

خاصية 3

إذا كان $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ فإن $\overrightarrow{EF}(x + x'; y + y')$

مثال : نعتبر المتجهتين $\overrightarrow{AB}(3; -1)$ و $\overrightarrow{CD}(2; -4)$.

حدد إحداثيات المتجهة \overrightarrow{EF} علماً أن $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

الحل : بما أن $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ فإن $\overrightarrow{EF}(3 + 2; -1 + (-4))$

ومنه $\overrightarrow{EF}(5; -5)$ وبالتالي $\overrightarrow{EF}(5; -1 - 4)$

خاصية 4

إذا كان $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ فإن $\overrightarrow{EF}(x - x'; y - y')$

مثال : نعتبر المتجهتين $\overrightarrow{AB}(3; -1)$ و $\overrightarrow{CD}(2; -4)$.

حدد إحداثيات المتجهة \overrightarrow{EF} علماً أن $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$

الحل : بما أن $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ فإن $\overrightarrow{EF}(3 - 2; -1 - (-4))$

ومنه $\overrightarrow{EF}(1; 3)$ وبالتالي $\overrightarrow{EF}(1; -1 + 4)$

III. إحداثيتا منتصف قطعة :

خاصية

لتكن $A(x_A; y_A)$ و $B(x_B; y_B)$ نقطتان من المستوى الإحداثي .

إذا كانت M منتصف القطعة $[AB]$ فإن : $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$ و $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$

مثال : حدد إحداثيتي النقطة I منتصف القطعة $[AB]$ حيث : $A(5; -4)$ و $B(-3; 4)$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{5 + (-3)}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-4 + 4}{2} = \frac{0}{2} = 0 \end{array} \right.$$

إذن إحداثيتي النقطة I هي $I(1; 0)$ (أنظر المعلم أعلاه)

IV. المسافة بين نقطتين :

خاصية

(O, I, J) معلم متعامد ممنظم . نعتبر النقطتين $A(x_A; y_A)$ و $B(x_B; y_B)$.

المسافة بين النقطتين A و B هي : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

مثال : في المستوى المنسوب على معلم متعامد ممنظم (O, I, J) .

نعتبر النقطتين $M(-2; 3)$ و $N(-5; 7)$. أحسب المسافة MN

الطريقة 1 : لدينا $MN = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2}$

$$= \sqrt{(-5 - (-2))^2 + (7 - 3)^2} = \sqrt{(-5 + 2)^2 + (4)^2}$$

$$= \sqrt{(-3)^2 + (4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25}$$

وبالتالي $MN = 5$

الطريقة 2 : نحسب المتجهة \overrightarrow{MN} أولاً : لدينا $\overrightarrow{MN}(x_N - x_M; y_N - y_M)$

إذن $\overrightarrow{MN}(-5 - (-2); 7 - 3)$ ومنه $\overrightarrow{MN}(-3; 4)$

إذن $MN = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2}$ يعني أن $MN = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25}$

وبالتالي $MN = 5$