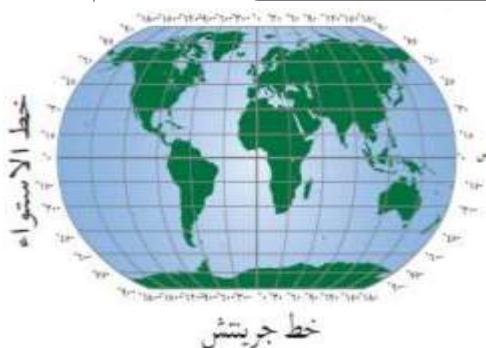


المعلم في المستوى



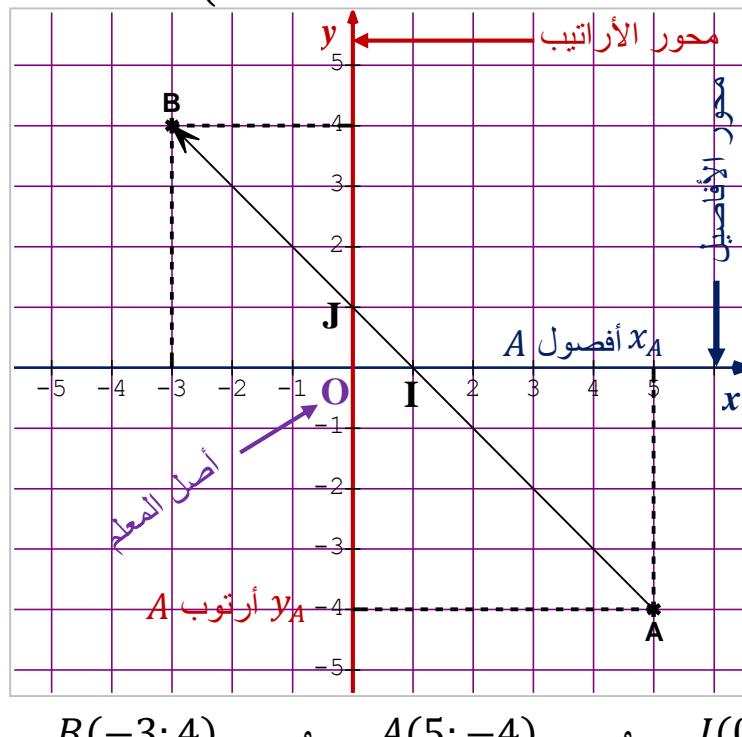
مقدمة :

يتم تعين أماكن المدن والشوارع على الخريطة ويتم تحديد موقع السفن والطائرات بـاستعمال الرادار والأقمار الإصطناعية .

في الرياضيات نستعمل المستوى الإحداثي وهو عبارة عن معلم يحتوي على خطى أعداد متعامدين من أجل تحديد إحداثيات النقط .

I. إحداثيات نقطة :

ليكن (O, I, J) معلمًا متعمداً منظماً للمستوى $(OI \perp OJ)$ و $OI = OJ = 1\text{cm}$



تعريف

إحداثيات النقطة A في المعلم (O, I, J) هما : x_A و y_A ونكتب $A(x_A; y_A)$ ويسمايان زوج إحداثياتي النقطة A .

ملاحظة :

- ✓ إذا كانت نقطة M تتنمي إلى محور الأفاصيل فإن $y_M = 0$ ونكتب $M(x_M; 0)$
- ✓ إذا كانت نقطة M تتنمي إلى محور الأرتاب فإن $x_M = 0$ ونكتب $M(0; y_M)$

مثال :

حدد إحداثيات النقط O و I و J و A و B و $I(1; 0)$ و $J(0; 1)$ و $O(0; 0)$ و $A(5; -4)$ و $B(-3; 4)$.

II. إحداثيات متجهة :

تعريف

في معلم (O, I, J) نعتبر نقطتين $B(x_B; y_B)$ و $A(x_A; y_A)$.

إحداثيات المتجهة \overrightarrow{AB} هما :

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) \quad \text{ونكتب} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{الأقصول} \\ \text{الأرتاب} \end{array} \right.$$

مثال : حدد إحداثياتي المتجهة \overrightarrow{AB} الممثلة في المعلم أعلاه . حيث $A(5; -4)$ و $B(-3; 4)$

$$\overrightarrow{AB}(-8; 4 + 4) \quad \text{ومنه}$$

$$\overrightarrow{AB}(-8; 8) \quad \text{وبالتالي}$$

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) \quad \text{لدينا}$$

$$\overrightarrow{AB}(-3 - 5; 4 - (-4)) \quad \text{يعني أن}$$

خاصيات: في معلم (O, I, J) نعتبر $\overrightarrow{AB}(x; y)$ و $\overrightarrow{CD}(x'; y')$

خاصية 1

إذا كان $y = y'$ و $x = x'$ يعني أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

مثال : نعتبر المتجهتين $\overrightarrow{CD}(x_D - 5; y_D - 2)$ و $\overrightarrow{AB}(3; -1)$

حدد إحداثيات النقطة D علماً أن :

الحل : بما أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ فإن $\begin{cases} x_D - 5 = 3 \\ y_D - 2 = -1 \end{cases}$ إذن $\begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = 1 \end{cases}$ ومنه وبالنالي $D(8; 1)$

خاصية 2

إذا كان $\overrightarrow{EF}(kx; ky)$ فإن $\overrightarrow{EF} = k \overrightarrow{AB}$

مثال : نعتبر المتجهة $\overrightarrow{EF} = -2 \overrightarrow{AB}(3; -1)$. حدد إحداثيات المتجهة \overrightarrow{EF} علماً أن

الحل : بما أن $\overrightarrow{EF} = -2 \overrightarrow{AB}$ فإن $\overrightarrow{EF} = -2(-2 \times 3; -2 \times (-1))$ وبالنالي

خاصية 3

إذا كان $\overrightarrow{EF}(x + x'; y + y')$ فإن $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

مثال : نعتبر المتجهتين $\overrightarrow{CD}(2; -4)$ و $\overrightarrow{AB}(3; -1)$

حدد إحداثيات المتجهة \overrightarrow{EF} علماً أن

الحل : بما أن $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ فإن $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}(3 + 2; -1 + (-4))$

ومنه $\overrightarrow{EF}(5; -5)$ وبالنالي $\overrightarrow{EF}(5; -1 - 4)$

خاصية 4

إذا كان $\overrightarrow{EF}(x - x'; y - y')$ فإن $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$

مثال : نعتبر المتجهتين $\overrightarrow{CD}(2; -4)$ و $\overrightarrow{AB}(3; -1)$

حدد إحداثيات المتجهة \overrightarrow{EF} علماً أن

الحل : بما أن $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ فإن $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}(3 - 2; -1 - (-4))$

ومنه $\overrightarrow{EF}(1; 3)$ وبالنالي $\overrightarrow{EF}(1; -1 + 4)$

III. إحداثيات منتصف قطعة :

خاصية

لتكن $A(x_A; y_A)$ و $B(x_B; y_B)$ نقطتان من المستوى الإحداثي .

$$\text{إذا كانت } M \text{ منتصف القطعة } [AB] \text{ فإن : } y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \quad \text{و} \quad x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

مثال : حدد إحداثياتي النقطة I منتصف القطعة $[AB]$ حيث : $A(5; -4)$ و $B(-3; 4)$

إذن إحداثياتي النقطة I هي $(1; 0)$ (أنظر المعلم أعلاه)

$$\left\{ \begin{array}{l} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{5 + (-3)}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-4 + 4}{2} = \frac{0}{2} = 0 \end{array} \right.$$

IV. المسافة بين نقطتين :

خاصية

. $B(x_B; y_B)$ $A(x_A; y_A)$ و $O(0, I, J)$ معلم متعامد منظم . نعتبر نقطتين

$$\text{المسافة بين نقطتين } A \text{ و } B \text{ هي : } AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

مثال : في المستوى المنسوب على معلم متعامد منظم (O, I, J) .

نعتبر نقطتين $M(-2; 3)$ و $N(-5; 7)$. أحسب المسافة MN

$$\begin{aligned} MN &= \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2} && \text{لدينا} && \text{الطريقة 1 :} \\ &= \sqrt{(-5 - (-2))^2 + (7 - 3)^2} = \sqrt{(-5 + 2)^2 + (4)^2} \\ &= \sqrt{(-3)^2 + (4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} \end{aligned}$$

وبالتالي $MN = 5$

الطريقة 2 : نحسب المتجهة \vec{MN} أولاً : $\vec{MN}(x_N - x_M; y_N - y_M)$ لدينا

$$\text{إذن } \vec{MN}(-3; 4) \text{ ومنه } \vec{MN}(-5 - (-2); 7 - 3) = \vec{MN}(-5 + 2; 7 - 3) = \vec{MN}(-3; 4)$$

$$\text{إذن } MN = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} \text{ يعني أن } MN = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2}$$

وبالتالي $MN = 5$