Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

الدرس ② : المتجهات والإزاحة

الجزء الأول : المتجهات

I - المتجهة

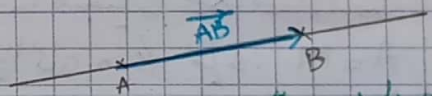
1) عناصر متجهة غير منعدمة :

تعريف :

A و B نقطتان مختلفتان من المستوى
الزوج (A,B) يحدد متجهة يرمز لها بالرمز $\overrightarrow{AB}$
عناصرها هي :

* الاتجاه : هو المستقيم (AB)
* المنحى : هو منحى نصف المستقيم [AB]
أي من A نحو B
* الطويلة (أو المعيار) : هو المسافة AB
- النقطة A تسمى أصل المتجهة $\overrightarrow{AB}$
- النقطة B تسمى طرف المتجهة $\overrightarrow{AB}$

الشكل :



2) المتجهة المنعدمة :

تعريف :
المتجهة $\overrightarrow{AA}$ ليس لها اتجاه ولا منحى
وطويلتها تساوي 0 وتسمى المتجهة المنعدمة
ونكتب $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$

* إذا كان $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$ فإن A = B (أي A و B منطبقتان)

3) مقابل متجهة :

تعريف :

A و B نقطتان ، لدينا : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{0}$
المتجهة $\overrightarrow{BA}$ تسمى مقابل المتجهة $\overrightarrow{AB}$
ونكتب : $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

الشكل الهندسي :

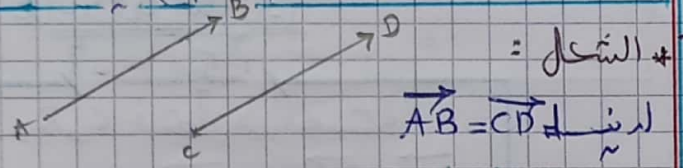
لدينا : $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

II - تساوي متجهتين :

1) تعريف :

تكون $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ إذا كان :
- $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ لهما نفس الاتجاه أي (AB)//(CD)
- $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ لهما نفس المنحى
- $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ لهما نفس المنظم (القياس) أي AB = CD

* الشكل :



لدينا $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

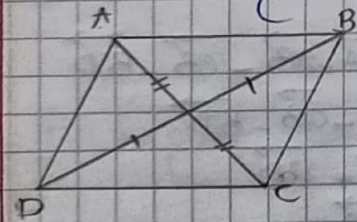
2) خاصيات مهمة :

1 } إذا كان $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ فإن القطعتين [AB] و [CD] في المستوى
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$: إذا كان [AD] و [BC] لهما نفس المنتصف فإن

2 } إذا كان $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ فإن ABDC متوازي أضلاع
إذا كان ABDC متوازي أضلاع فإن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

* الشكل الهندسي :

الرباعي ABDC متوازي أضلاع :

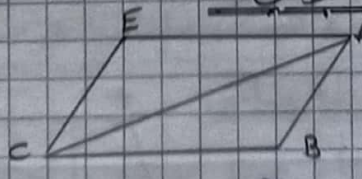


إذن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
و القطعتين [AC] و [BD]
في المنتصف .

3) تطبيق :

ليكن ABC مثلث
1) أنشئ النقطة E بحيث $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}$
2) حدد طبيعة الرباعي ABCE

* الجواب :



1) لدينا : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}$
إذن الرباعي ABCE متوازي أضلاع

Talamid.ma للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع
Réalisé par : M. BENMASSER Jamal

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

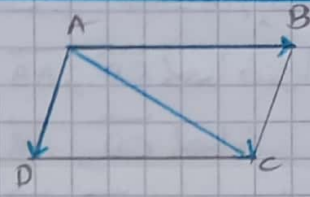
III - مجموع متجهتين :

1) تعريف :

نقول أن المتجهة $\overrightarrow{AC}$ هي مجموع المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}$ إذا كان ABCD متوازي أضلاع

ونكتب : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$

* الشكل الهندسي :



ABCD متوازي أضلاع

إذن : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$

2) علاقة شال :

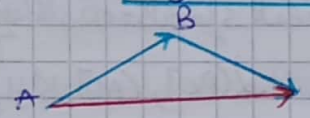
أ - خاصية :

A و B و C نقط من المستوى

لدينا : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

هذه الكتابة تسمى علاقة شال .

ب - الشكل :



$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

ج - أمثلة :

لنبسط ما يلي :

* $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{GE}+\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{GE}$
$=\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{GE}$
$=\overrightarrow{EE}=\overrightarrow{0}$

* $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{BD}$
$=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{BD}$
$=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{DB}$
$=\overrightarrow{DB}$

3) تمرين تطبيقي :

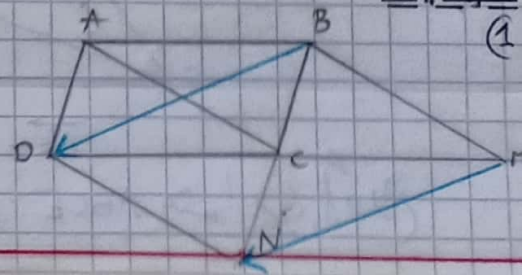
ABCD متوازي أضلاع

1) أنشئ النقطتين M و N بحيث : $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$

2) بين أن : $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{BD}$

حل :

1)



$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AN}$
$=-\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}$
$=-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$
$=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}$
$=\overrightarrow{BD}$

وبالتالي فإن : $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{BD}$

IV - جداء متجهة بعدد حقيقي :

1) تعريف :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و k عدد حقيقي .

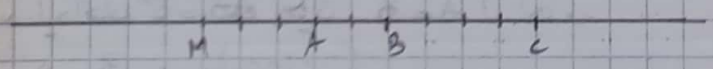
نسمي المتجهة $\overrightarrow{AM}$ جداء المتجهة $\overrightarrow{AB}$ بالعدد الحقيقي k إذا كانت M نقطة من المستقيم (AB) ونكتب : $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB}$ حيث :

* إذا كان $k>0$ فإن $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{AB}$ لهما نفس المنحى
* إذا كان $k<0$ فإن $\overrightarrow{AM}=-k\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{AB}$ لهما منحيان متعاكسان .
* إذا كان $k=0$ فإن : $A=M$

ملاحظة : $k\times\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}$ و $0\times\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{0}$

2) أمثلة :

$\overrightarrow{AM}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}=-2\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AB}$



$\overrightarrow{AM}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ و $M\in(AB)$ و $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{AB}$ لهما منحيان متعاكسان و $AM=\frac{3}{2}AB$ } إذن

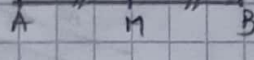
$\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AB}$ و $C\in(AB)$ و $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ لهما نفس المنحى و $AC=3AB$ } أي أن

3) المتجهة والمنتصف :

خاصية :

M منتصف $[AB]$ يعني أن :

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{0}$
$\overrightarrow{MA}=-\overrightarrow{MB}$



للمزيد من الملفات تم بزيارة الموقع Talamid.ma
Réalisé par : M. BENMASSER Jamal

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

4) خاصيات :

k عدد حقيقي غير منعدم

* إذا كان $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$ فإن النقط A، B و C مستقيمية.
* إذا كان $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{MN}$ فإن : $(AB) // (MN)$

نقول أن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{MN}$ متجهتان مستقيميتان.

مثال : A، B و C ثلاث نقط غير مستقيمية

لنشئ النقطة D بحيث : $\overrightarrow{CD} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

$(CD) // (AB)$ ، $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{AB}$ متعاكسي الجهة ، $CD = \frac{3}{2}AB$ } يعني أن $\overrightarrow{CD} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

3) خاصية أساسية :

إذا كانت M' و N' صورتي M و N على التوالي بإزاحة T فإن : $\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{MN}$

4) تمرين تطبيقي :

ABCD متوازي أضلاع مركزه O

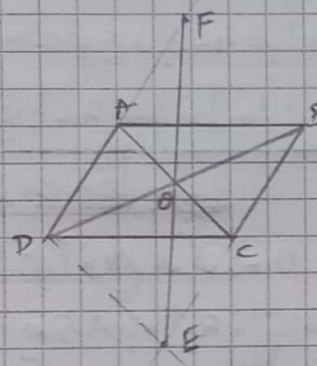
1) أنشئ النقطة E صورة D بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AC}$

2) أنشئ النقطة F مماثلة D بالنسبة للنقطة A

بين أن O منتصف [EF]

الحل :

1)



2) لدينا E صورة D بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AC}$

إذن : $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AC}$

بمعنى أن ACED متوازي أضلاع

إذن : ① $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CE}$

وبما أن T مماثلة D بالنسبة للنقطة A

فإن A منتصف [DF]

إذن : ② $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AD}$

من ① و ② نجد أن : $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{CE}$

وهذا يعني أن FAEC متوازي أضلاع مركزه O

و [EF] أحد أقطاره.

وبالتالي فإن O منتصف [EF]

II الجزء : الإزاحة

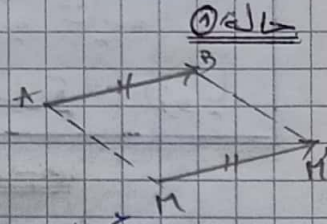
V - الإزاحة :

1) نشاط

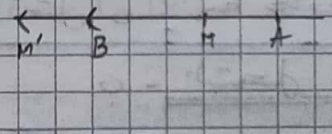
A، B و M ثلاث نقط من المستوى.

أنشئ في كل حالة النقطة M' بحيث : $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$

حالة ①



حالة ②



ABM'M متوازي أضلاع

في كلتا الحالتين نقول أن M' صورة M بالإزاحة T ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$ (التي تحمل A إلى B)

2) تعريف :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير معدومة

M' صورة M بالإزاحة T ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$

(أو التي تحمل A إلى B) يعني أن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MM'}$

أو أن ABM'M متوازي أضلاع

أ - خاصية ① :

صورة مستقيم بإزاحة هو مستقيم يوازيه

ملاحظة هامة :

لإنشاء صورة مستقيم بإزاحة ما نأخذ نقطتين مختلفتين على هذا المستقيم ثم ننشئ صورتيهما بنفس الإزاحة.

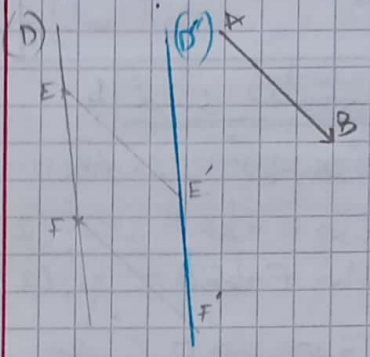
Talamid.ma للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

ب - الشكل الهندسي :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و (D) مستقيم

لنشئ (D') صورة (D) بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$



لدينا : $(D) // (D')$

ج - خاصية ② :

صورة مستقيم بإزاحة هي أيضا مستقيم.

نقول أن الإزاحة تحافظ على استقامية النقط.

د - تعريف وخاصية :

ABCD متوازي أضلاع مركزه O

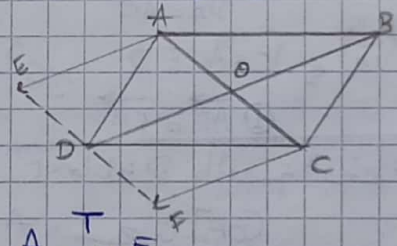
1) أنشئ E صورة A بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OD}$

2) أنشئ F صورة C بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OD}$

3) أثبت أن النقط E و F و D مستقيمية.

جواب :

(2 و 4)



3) للإثبات

لدينا E و D و F هي على التوالي صور النقط A و O و C بالإزاحة T ذات المتجهة $\overrightarrow{OD}$

$A \xrightarrow{T} E$

$O \xrightarrow{T} D$

$C \xrightarrow{T} F$

ولدينا النقط A و O و C مستقيمية

ونعلم أن الإزاحة تحافظ على استقامية النقط

إذن فالنقط E و F و D مستقيمية.

2) صورة قطعة مستقيم :

أ - خاصية ③ :

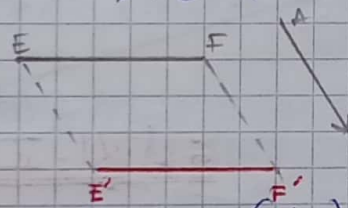
صورة قطعة المستقيم $[EF]$ بإزاحة هو قطعة المستقيم $[E'F']$ حيث E' و F' هي على التوالي صورتي E و F بنفس الإزاحة ونستنتج لدينا :

$(EF) // (E'F')$

ب - الشكل الهندسي :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و $[EF]$ قطعة

لنشئ $[E'F']$ صورة $[EF]$ بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$



لدينا إذن : $(EF) // (E'F')$ و $EF = E'F'$

3) صورة مستقيم :

أ - خاصية ④ :

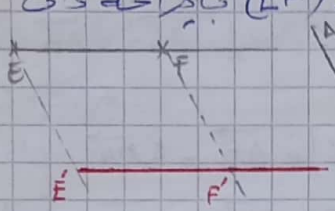
صورة قطعة مستقيم بإزاحة هي قطعة مستقيم تقايسها.

نقول أن الإزاحة تحافظ على الطول.

ب - الشكل الهندسي :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و (D) مستقيم

لنشئ (D') صورة (D) بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$



4) صورة زاوية :

أ - خاصية ⑤ :

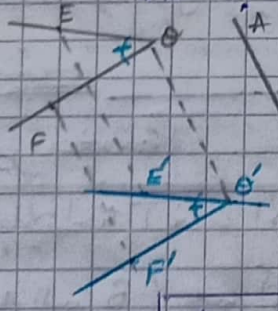
صورة زاوية بإزاحة هي زاوية تقايسها.

نقول أن الإزاحة تحافظ على قياس الزوايا.

ب - الشكل الهندسي :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و $\widehat{EOF}$ زاوية

لنشئ الزاوية $\widehat{E'O'F'}$ صورة الزاوية $\widehat{EOF}$ بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$



لدينا : $\widehat{EOF} = \widehat{E'O'F'}$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع Talamid.ma

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

5) صورة دائرة:

أ- خاصية ⑥:

صورة دائرة $(\mathcal{C})$ مركزها Ω وشعاعها r بإزاحة هي الدائرة $(\mathcal{C}')$ التي مركزها Ω' صورة Ω بنفس الإزاحة ولها نفس الشعاع r.

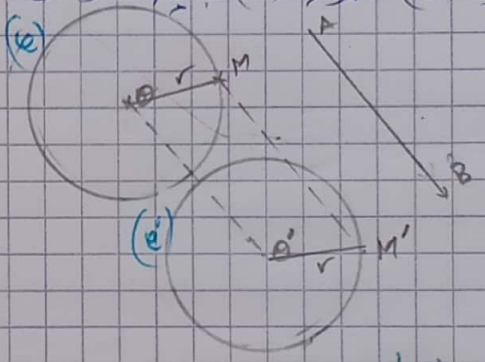
* ملاحظة هامة:

لإنشاء صورة دائرة بإزاحة ننشئ صورة المركز بنفس الإزاحة ثم نحتفظ بنفس الشعاع.

ب- الشكل الهندسي:

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و $(\mathcal{C})$ دائرة مركزها Ω وشعاعها r.

لننشئ الدائرة $(\mathcal{C}')$ صورة $(\mathcal{C})$ بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$



ج) مثال تطبيقي:

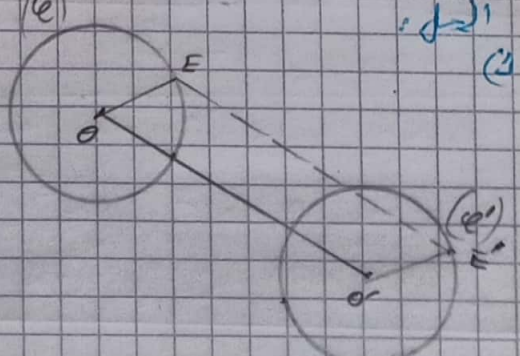
لتكن Ω و Ω' نقطتين من المستوى و لتكن $(\mathcal{C})$ الدائرة التي مركزها Ω وشعاعها $r = \frac{1}{4}\Omega\Omega'$

أ) أنشئ $(\mathcal{C}')$ صورة $(\mathcal{C})$ بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{\Omega\Omega'}$

ب) لتكن E نقطة من $(\mathcal{C})$ و E' نقطة من المستوى حيث $\Omega EE'\Omega'$ متوازي أضلاع بين أن E' تنتمي للدائرة $(\mathcal{C}')$

الحل:

ب)



أ) لدينا: $\Omega EE'\Omega'$ متوازي أضلاع.

إذن: $\overrightarrow{EE'} = \overrightarrow{\Omega\Omega'}$

أي أن النقطة E' صورة E بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{\Omega\Omega'}$

ولدينا $(\mathcal{C}')$ هي صورة $(\mathcal{C})$ بنفس الإزاحة T

وبما أن: $E \in (\mathcal{C})$

فإن: $E' \in (\mathcal{C}')$

Talamid.ma للمزيد من الملفات تم بزيارة الموقع
Réalisé par : Mr BENMASSER Jamal