أهم فقرات الدرس

المتجهـــــات و الإزاحة

مادة الرياضيات 3AC

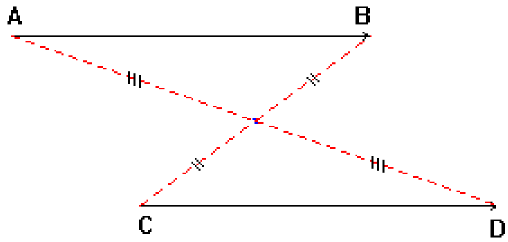
I _ تساوي متجهتين :

1) – تعريف ❶ :

إذا كان $\vec{AB} = \vec{CD}$ فإن [AD] و [BC] لهما نفس المنتصف

إذا كان [AD] و [BC] لهما نفس المنتصف فإن $\vec{AB} = \vec{CD}$

* / مثال :

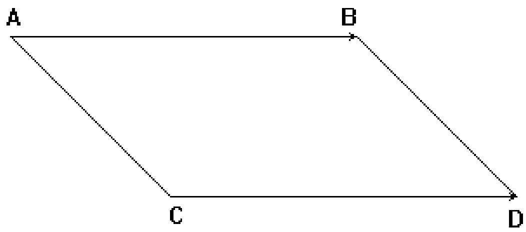


2) – تعريف ❷ :

إذا كان $\vec{AB} = \vec{CD}$ فإن الرباعي ABDC متوازي الأضلاع

إذا كان رباعي ABDC متوازي الأضلاع فإن $\vec{AB} = \vec{CD}$

* / مثال :



3) – خاصية :

$\vec{AB} = \vec{CD}$ يعني أن :

-- $\vec{AB}$ و $\vec{CD}$ لهما نفس الإتجاه أي (AB) // (CD)

-- $\vec{AB}$ و $\vec{CD}$ لهما نفس المنحى .

-- $\vec{AB}$ و $\vec{CD}$ لهما نفس المنظم (المعيار) أي AB = CD .

4) – المتجهة المنعدمة :

$\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{CC} = \vec{O}$: متجهة منعدمة

إذا كان $\overrightarrow{AB} = \vec{O}$ فإن : A = B (A و B منطبقتان)

5) – مقابل متجهة :

مقابل المتجهة $\overrightarrow{AB}$ هي المتجهة $\overrightarrow{BA}$.

و نكتب : $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$.

6) – مجموع متجهتين :

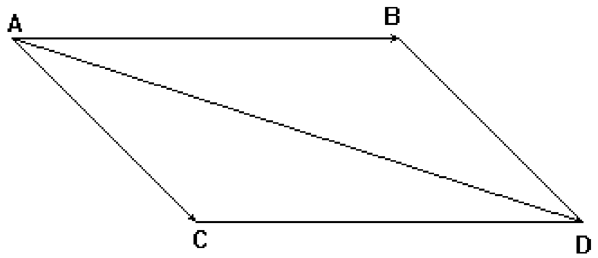
مجموع المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ هو المتجهة $\overrightarrow{AD}$

بحيث الرباعي ABDC متوازي الأضلاع.

*** / مثال 1 :**

$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ متجهتان غير منعدمتين .

لننشئ النقطة D بحيث : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$



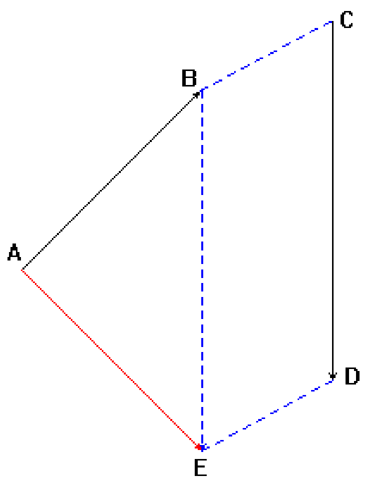
*** / مثال 2 :**

$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ متجهتان غير منعدمتين .

لننشئ E بحيث : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.

من أجل هذا سننشئ E بحيث : $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CD}$

أي BEDC متوازي الأضلاع .



$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

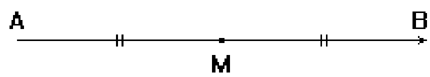
7) – ضرب متجهة في عدد حقيقي :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و k عدد حقيقي .
نسمي المتجهة $\overrightarrow{AM}$ جداء المتجهة $\overrightarrow{AB}$ في العدد الحقيقي k ، إذا كانت M نقطة من المستقيم (AB) بحيث : $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$.
-- إذا كان $k > 0$ فإن : $AM = k.AM$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ لهما نفس المنحى .
-- إذا كان $k < 0$ فإن : $-AM = k.AB$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ لهما منحى معاكس.
-- إذا كان $k = 0$ فإن : $A = M$.

8) – المتجهة و المنتصف :

A و B و M ثلاث نقط
M منتصف [AB] يعني أن : $\overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{MB}$ و $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{O}$
M منتصف [AB] يعني أن : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

* / مثال :



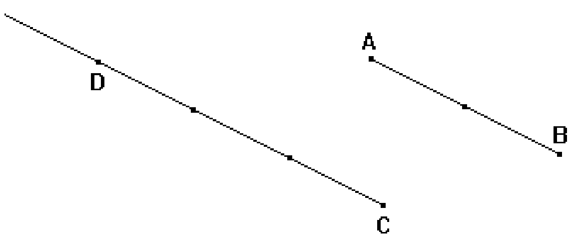
9) – خاصيات :

K عدد حقيقي غير منعدم
* / إذا كان : $\overrightarrow{AC} = k.\overrightarrow{AB}$ فإن النقط A و B و C مستقيمية .
* / إذا كان : $\overrightarrow{CD} = k.\overrightarrow{AB}$ فإن (AB) // (CD)
و نقول : $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ متجهتان مستقيميتان .

* / مثال :

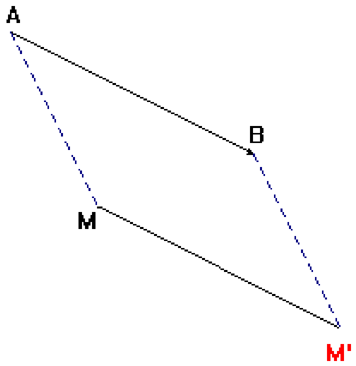
A و B و C ثلاث نقط غير مستقيمية .

لننشئ D بحيث : $\overrightarrow{CD} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.



$\overrightarrow{CD} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ يعني أن (AB) // (CD)

و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ متجهتان مستقيميتان منحاهما منعكسان .



II _ الإزاحــة :

1) – مثال :

$\vec{AB}$ متجهة غير منعدمة و M نقطة .

لننشئ النقطة M’ بحيث : $\vec{AB} = \vec{MM'}$.

$\vec{AB} = \vec{MM'}$ يعني أن ABM’M متوازي الأضلاع .

1) – تعريف :

$\vec{AB}$ متجهة غير منعدمة و M نقطة .
M’ صورة M بالإزاحة ذات المتجهة (أو بالإزاحة التي تحول A إلى B)
يعني أن : $\vec{AB} = \vec{MM'}$ أي ABM’M متوازي الأضلاع .

2) – خاصية أساسية :

إذا كانت M’ و N’ صورتي M و N على التوالي بإزاحة
فإن : $\vec{MN} = \vec{M'N'}$.

3) – صور بعض الأشكــال :

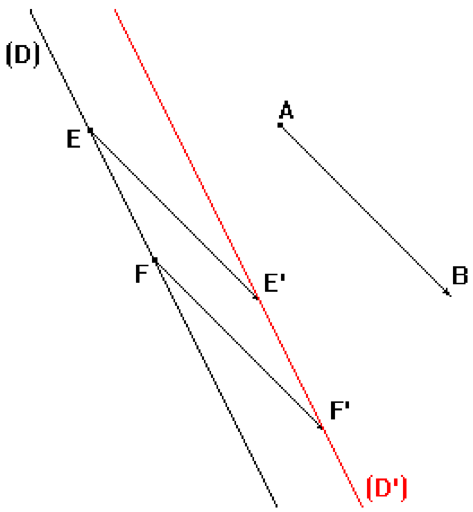
أ) -- صورة مستقيم :

صورة مستقيم بإزاحة هو مستقيم يوازيه

* / ملاحظة هامة :

لإنشاء صورة مستقيم بإزاحة نحدد نقطتين مختلفتين على هذا المستقيم
ثم ننشئ صورتيهما بنفس الإزاحة .

* / مثال :



$\vec{AB}$ متجهة غير منعدمة و (D) مستقيم

لننشئ (D’) صورة (D) بالإزاحة ذات المتجهة $\vec{AB}$.

ب) -- صورة قطعة :

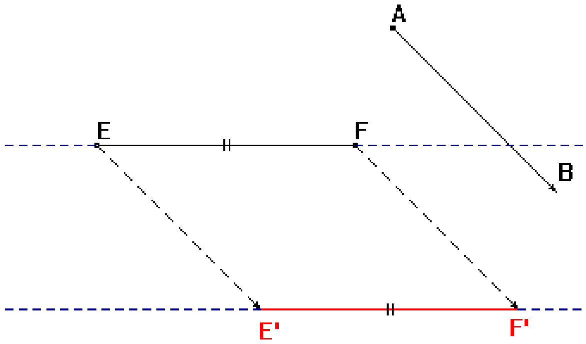
صورة قطعة [EF] بإزاحة هي القطعة [E'F'] بحيث :
E' و F' هما صورتي E و F على التوالي بنفس الإزاحة
و سيكون لدينا : (EF) // (E'F') و EF = E'F'

* / مثال :

$\vec{AB}$ متجهة غير منعدمة و [EF] قطعة .

لننشئ القطعة [E'F'] صورة [EF]

بالإزاحة ذات المتجهة $\vec{AB}$.



ج) -- صورة نصف مستقيم :

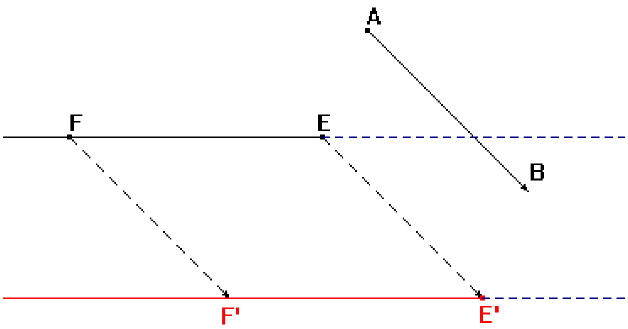
صورة نصف مستقيم (EF] بإزاحة هي نصف المستقيم (E'F'] بحيث :
E' وF' هما صورتي E و F على التوالي بنفس الإزاحة
و سيكون لدينا : (EF) // (E'F')

* / مثال :

$\vec{AB}$ متجهة غير منعدمة (EF] نصف مستقيم .

لننشئ نصف المستقيم (E'F'] صورة (EF]

بالإزاحة ذات المتجهة $\vec{AB}$.



د) -- صورة زاوية :

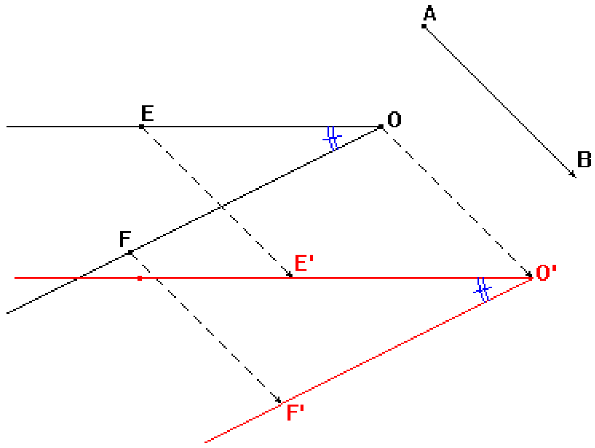
صورة زاوية $A\hat{O}B$ بإزاحة هي الزاوية $A'\hat{O}'B'$ بحيث :
A' و O' و B' هي صور A و O و B على التوالي بنفس الإزاحة .
و سيكون لدينا : $A\hat{O}B = A'\hat{O}'B'$

* / مثال :

$\vec{AB}$ متجهة غير منعدمة و $A\hat{O}B$ زاوية .

لننشئ الزاوية $A'\hat{O}'B'$ صورة $A\hat{O}B$

بالإزاحة التي تحول A إلى B .



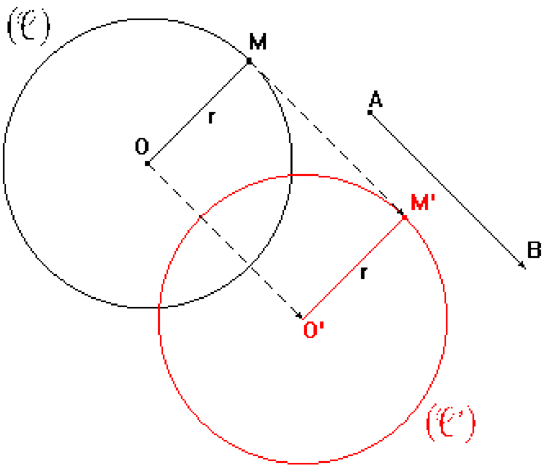
ه) -- صورة دائـرة :

صورة دائرة (c) مركزها O و شعاعها r هي الدائرة (c’) مركزها O’ صورة O بنفس الإزاحة و لها نفس الشعاع r .

*** / مثال :**

$\vec{AB}$ متجهة غير منعدمة و (c) دائرة مركزها O و شعاعها r .

لننشئ الدائرة (c’) صورة (c) بالإزاحة التي تحول A إلى B .



لنبين أن للدائرتين نفس الشعاع r .

لدينا :

O’ صورة O بالإزاحة ذات المتجهة $\vec{AB}$.

و

M’ صورة M بالإزاحة ذات المتجهة $\vec{AB}$.

إذن : OM = O’M’

و بما أن OM = r فإن O’M’ = r

و منه نستنتج أن للدائرتين نفس الشعاع r .

*** / ملاحظة هامة :**

لإنشاء صورة دائرة بإزاحة ننشئ صورة المركز بنفس الإزاحة

ثم نحتفظ بنفس الشعاع .