Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

الدرس ③ : المثلثات المتقايسة والمثلثات المتشابهة

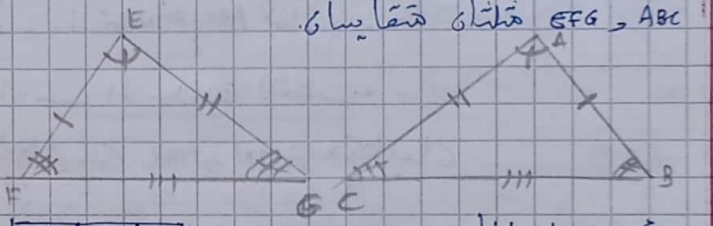
I - مثلثان متقايسان :

1) تعريف :

مثلثان متقايسان هما مثلثان قابلان للتطابق.

2) مثال وملاحظات

ABC و EFG مثلثان متقايسان.



A	B	C
E	F	G

* الأضلاع المتناظرة هي :
  - [AB] و [EF] ضلعان متناظران
  - [AC] و [EG] ″ ″
  - [BC] و [FG] ″ ″

* الزوايا المتناظرة هي :
  - $\widehat{BAC}$ و $\widehat{FEG}$ زاويتان متناظرتان
  - $\widehat{BCA}$ و $\widehat{FGE}$ ″ ″
  - $\widehat{ABC}$ و $\widehat{EFG}$ ″ ″

3) خاصية ① :

إذا كان مثلثان متقايسين فإن أطوالهما المتناظرة متقايسة وزواياهما المتناظرة متقايسة.

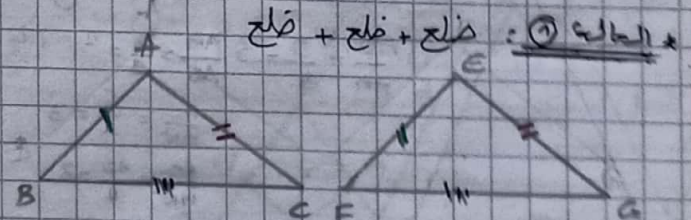
* تبرير :

لدينا في المثال السابق

$$\begin{cases} \widehat{ABC} = \widehat{EFG} \\ \widehat{ACB} = \widehat{EGF} \\ \widehat{BAC} = \widehat{FEG} \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} AB = EF \\ AC = EG \\ BC = FG \end{cases}$$

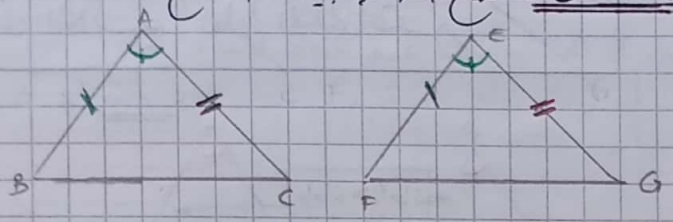
4) حالات التقايس

* الحالة ① : ضلع + ضلع + ضلع



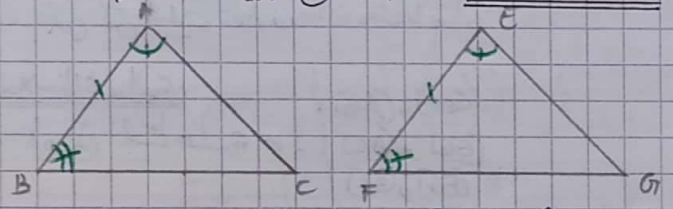
يجب أن نعلم إذا كان : $\begin{cases} AB = EF \\ AC = EG \\ BC = FG \end{cases}$ فإن المثلثين ABC و EFG متقايسان.

* الحالة ② : ضلع + زاوية بينهما + ضلع.



إذا كان : $\begin{cases} AB = EF \\ AC = EG \\ \widehat{BAC} = \widehat{FEG} \end{cases}$ فإن المثلثان ABC و EFG متقايسان

* الحالة ③ : زاوية + ضلع بينهما + زاوية.



إذا كان : $\begin{cases} \widehat{BAC} = \widehat{FEG} \\ AB = EF \\ \widehat{ABC} = \widehat{EFG} \end{cases}$ فإن المثلثان ABC و EFG متقايسان

* الحالة ④ :

إذا تقايست أضلاع مثلث على التوالي أضلاع مثلث آخر فإن هذين المثلثين متقايسان.

* الحالة ⑤ :

إذا تقايس ضلعان لمثلث والزاوية المحصورة بينهما على التوالي ضلعين لمثلث آخر والزاوية المحصورة بينهما فإن هذين المثلثين متقايسان.

* الحالة ⑥ :

إذا تقايست زاويتان لمثلث والضلع المحايث لهما على التوالي زاويتين لمثلث آخر والضلع المحايث لهما فإن هذين المثلثين متقايسان.

للمزيد من الملفات تم بزيارة الموقع Talamid.ma
Réalisé par : Mr BENMASSER Jamal

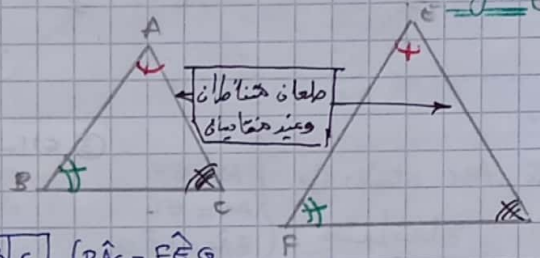
Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

I - مثلثان متشابهان :

1) تعريف :

يكون مثلثان متشابهين إذا كانت زوايا أحدهما على التوالي تقايس زوايا المثلث الآخر.

2) مثال :



A	B	C
E	F	G

$\widehat{BAC} = \widehat{FEG}$
$\widehat{ABC} = \widehat{EFG}$
$\widehat{ACB} = \widehat{EGF}$

في المثلثين ABC و EFG لدينا :

إذن نقول أن المثلثين ABC و EFG متشابهان

* **ملاحظات هامة :**
* الأضلاع المتناظرة هي :

(AB) و (EF)
(AC) و (EG)
(BC) و (FG)

* مثلثان متقايسان هما مثلثان متشابهان والعكس غير صحيح

3) خاصية ① :

إذا كان مثلثان متشابهان فإن أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

بتعبير آخر : إذا كان ABC و EFG مثلثين متشابهين فإن

$$\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{EG} = \frac{BC}{FG}$$

* **ملاحظات هامة :**

في الشكل السابق لدينا : $\frac{EF}{AB} = \frac{EG}{AC} = \frac{FG}{BC} = k$

k تسمى نسبة تشابه المثلثين EFG و ABC بهذا الترتيب

المثلث EFG تكبير للمثلث ABC ونسبة (معامل) التكبير هو : $\frac{EF}{AB} = k$

$\frac{1}{k}$ ← تسمى نسبة تشابه المثلثين ABC و EFG .

المثلث ABC تصغير للمثلث EFG ومعامل التصغير هو : $\frac{AB}{EF} = \frac{1}{k}$

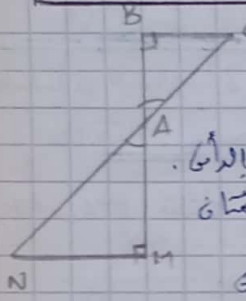
II - حالات التشابه :

أ - الحالة ① :

إذا قايست زاويتان لمثلث زاويتين لمثلث آخر فإن هذين المثلثين متشابهان.

* **مثال :**

لدينا في الشكل جانبه



* $\widehat{BAC} = \widehat{MAN}$ لأنهما زاويتان متقابلتان بالرأس .
* ولدينا : $\widehat{ABC} = \widehat{AMN} = 30°$ لكونهما زاويتان حادتان

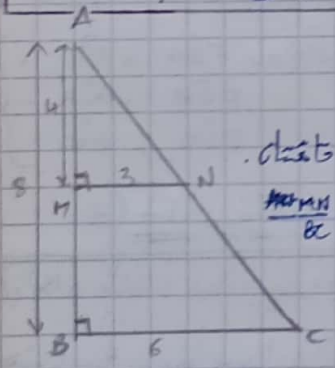
إذن حسب الحالة ① للتشابه فإن المثلثين ABC و AMN متشابهان .

ب - الحالة ② :

إذا قايست زاويتان لمثلث زاوية لمثلث آخر وكانت أطوال الأضلاع المحاذية لهاتين الزاويتين متناسبة فيما بينها، فإن هذين المثلثين متشابهان.

* **مثال :**

لدينا في الشكل جانبه



* $\widehat{ABC} = \widehat{AMN}$ لأنهما زاويتان حادتان .
* ولدينا : $\frac{MN}{BC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ و $\frac{AM}{AB} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

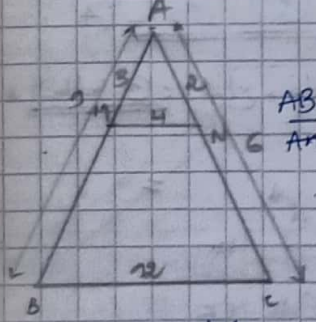
إذن : $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$

إذن حسب الحالة ② للتشابه فإن المثلثين AMN و ABC متشابهان ونسبة تشابههما هي $\frac{1}{2}$

ج - الحالة ③ :

إذا كانت أطوال أضلاع مثلث متناسبة مع أطوال أضلاع مثلث آخر فإن هذين المثلثين متشابهان.

* **مثال :**



لدينا :

$\frac{AB}{AM} = \frac{9}{3} = 3$

$\frac{AC}{AN} = \frac{6}{2} = 3$

$\frac{BC}{MN} = \frac{12}{4} = 3$

إذن : $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$

إذن حسب الحالة ③ للتشابه ، فإن المثلثين ABC و AMN متشابهان ونسبة تشابههما هي 3

Talamid.ma للمزيد من الملفات تم بزيارة الموقع
Réalisé par : M. BENMASSER Jamal

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

* تشابه مثلثين :

* يكون مثلثان متشابهين إذا كان لهما نفس الشكل العام وكان أحدهما تكبيرا ($k>1$) أو تصغيرا ($k<1$) للآخر.

* نسبة التشابه تقارن بين قياسين لهما نفس الوحدة وتستعمل مثلا في عمل خرائط ورسوم هندسية بمقاييس مصغرة للأشكال الحقيقية مثلا السلم $\frac{1cm}{100m}$ تعني أن $1cm$ في الخريطة تمثل $100m$ في الواقع.

حالات التشابه

* **حالة ①** : زاوية + زاوية
* **حالة ②** : ضلعان متقايسان + زاوية بينهما.
* **حالة ③** : ثلاث أضلاع متقايسة

Talamid.ma للمزيد من الملفات تم بزيارة الموقع
Réalisé par : M. BENMASSER Jamal