

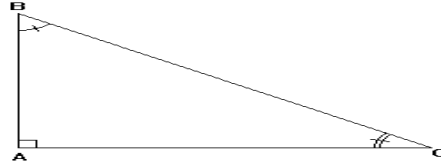
الحساب المثلثي

1- النسب المثلثية

تعريف

- جيب تمام زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية يساوي خارج طول الضلع المجاور للزاوية الحادة على طول الوتر
- جيب زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية يساوي خارج طول الضلع المقابل على طول الوتر
- ظل زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية يساوي خارج طول الضلع المقابل لهذه الزاوية على طول الضلع المجاور لها.

مثال 1



[AB] هو الضلع المجاور للزاوية $\hat{A}BC$ ، والمقابل للزاوية $\hat{A}CB$
[AC] هو الضلع المقابل للزاوية $\hat{A}BC$ ، والمجاور للزاوية $\hat{A}CB$
[CB] هو الوتر

$$\cos \hat{A}CB = \frac{AC}{BC} \quad , \quad \cos \hat{A}BC = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin \hat{A}CB = \frac{AB}{BC} \quad , \quad \sin \hat{A}BC = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan \hat{A}BC = \frac{AC}{AB} \quad , \quad \tan \hat{A}CB = \frac{AB}{AC}$$

مثال 2

ABC مثلث قائم الزاوية في A

بحيث : $BC = 5 \text{ cm}$ و $AB = 3 \text{ cm}$ و $AC = 4 \text{ cm}$

لنحسب النسب المثلثية للزاوية $\hat{A}CB$

$$\cos \hat{A}CB = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5} \quad \text{إذن} \quad \cos \hat{A}CB = \frac{4}{5}$$

$$\sin \hat{A}CB = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} \quad \text{إذن} \quad \sin \hat{A}CB = \frac{3}{5}$$

$$\tan A \hat{C} B = \frac{3}{4} \quad \text{إذن} \quad \tan A \hat{C} B = \frac{AB}{AC} \quad \text{لدينا}$$

2- العلاقة بين جيب تمام وجيب وظل زاوية حادة

خاصية

$$\text{ليكن } x \text{ قياس زاوية حادة، لدينا: } 0 < \sin x < 1 \text{ و } 0 < \cos x < 1$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \text{ و } (\sin x)^2 + (\cos x)^2 = 1$$

مثال

$$\text{لنحسب } \sin x \text{ و } \tan x \text{ علما أن } \cos x = \frac{2}{3}$$

$$\text{لدينا: } \cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{4}{9} = \frac{9-4}{9} = \frac{5}{9} \quad \text{إذن:}$$

$$\sin x = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad \text{إذن: } 0 < \sin x < 1$$

$$\tan x = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \text{إذن: } \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cos A \hat{C} B = \frac{4}{5} \quad \text{إذن: } \cos A \hat{C} B = \frac{AC}{BC} \quad \text{لدينا}$$

$$\sin A \hat{C} B = \frac{3}{5} \quad \text{إذن: } \sin A \hat{C} B = \frac{AB}{BC} \quad \text{لدينا}$$

3- النسب المثلثية لزاويتين متتامتان

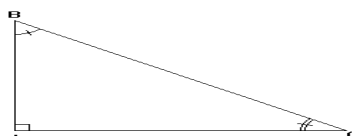
تعريف

إذا كانت زاويتين غير منعكمتين متتامتان، فإن:

- جيب كل منهما يساوي جيب الأخرى
- ظل كل منهما يساوي مقلوب ظل الأخرى.

مثال

ABC مثلث قائم الزاوية في A



$$\tan A \hat{B} C = \frac{1}{\tan A \hat{C} B} \quad \text{و} \quad \cos A \hat{C} B = \sin A \hat{B} C \quad \text{و} \quad \cos A \hat{B} C = \sin A \hat{C} B$$