



# الحساب المثلثي

مقدمة :

المصريون القدماء هم أول من استخدم الحساب المثلثي لبناء الأهرامات والمعابد الفرعونية ولدراسة الفلك وحساب المسافات الجغرافية وقياس زوايا الارتفاع والإنخفاض .

## I. النسب المثلثية لزاوية حادة :

تعريف

في مثلث  $ABC$  قائم الزاوية في  $A$  ، النسب المثلثية للزاوية  $A\hat{C}B$  هي :

✓ النسبة  $\frac{AB}{BC}$  تسمى جيب الزاوية  $A\hat{C}B$  ونرمز لها ب  $\sin A\hat{C}B$

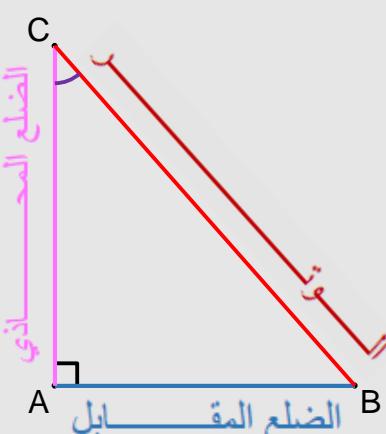
بتعبير آخر  $\sin A\hat{C}B = \frac{\text{الضلوع المقابل ل } \hat{C}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{BC}$

✓ النسبة  $\frac{AC}{BC}$  تسمى جيب تمام الزاوية  $A\hat{C}B$  ونرمز لها ب  $\cos A\hat{C}B$

بتعبير آخر  $\cos A\hat{C}B = \frac{\text{الضلوع المحادي ل } \hat{C}}{\text{الوتر}} = \frac{AC}{BC}$

✓ النسبة  $\frac{AB}{AC}$  تسمى ظل الزاوية  $A\hat{C}B$  ونرمز لها ب  $\tan A\hat{C}B$

بتعبير آخر  $\tan A\hat{C}B = \frac{\text{الضلوع المقابل ل } \hat{C}}{\text{الضلوع المحادي ل } \hat{C}} = \frac{AB}{AC}$



مثال :

مثلث  $ABC$  قائم الزاوية في  $A$  بحيث :

$BC = 5 \text{ cm}$  و  $AC = 4 \text{ cm}$  و  $AB = 3 \text{ cm}$

أحسب النسب المثلثية للزاوية  $A\hat{B}C$  :

أ- لنحسب  $\sin A\hat{B}C$  :

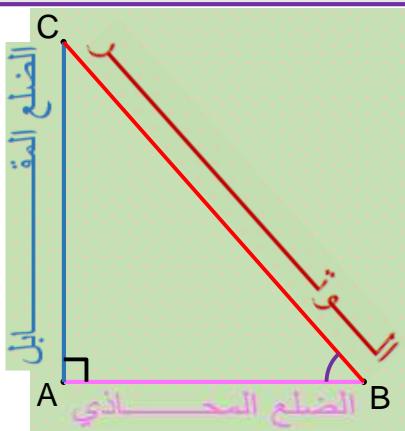
$$\sin A\hat{B}C = \frac{\text{الضلوع المقابل ل } \hat{B}}{\text{الوتر}} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5} = 0,8$$

ب- لنحسب  $\cos A\hat{B}C$  :

$$\cos A\hat{B}C = \frac{\text{الضلوع المحادي ل } \hat{B}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} = 0,6$$

ت- لنحسب  $\tan A\hat{B}C$  :

$$\tan A\hat{B}C = \frac{\text{الضلوع المقابل ل } \hat{B}}{\text{الضلوع المحادي ل } \hat{B}} = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3} = 1,33$$



ملاحظة :

الوتر هو أكبر ضلع في المثلث القائم الزاوية ويكون مقابل للزاوية القائمة .

إذا كان  $\alpha$  قياس زاوية حادة ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ) فإن :

لاحظ ذلك في المثلث (أ) و (ب) أعلاه

## II. علاقات بين النسب المثلثية لزاوية حادة :

خاصية 1

إذا كان  $\alpha$  قياس زاوية حادة فإن :

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \text{و} \quad \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

مثال :



$$\cos \alpha = \frac{2}{3} \quad \alpha \text{ قياس زاوية حادة بحيث :}$$

أحسب  $\tan \alpha$  و  $\sin \alpha$  :  $\sin \alpha$  لنحسب

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \text{نعم أن}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \quad \text{إذن}$$

$$= 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{4}{9}$$

$$= \frac{9-4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{5}{9} \quad \text{إذن}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad \text{وبالتالي} \quad \sqrt{\sin^2 \alpha} = \sqrt{\frac{5}{9}}$$

وبما أن  $0 < \sin \alpha < 1$

إذن يمكن أن ندخل الجذر

عليها من أجل التخلص

من المربع لأنها موجبة

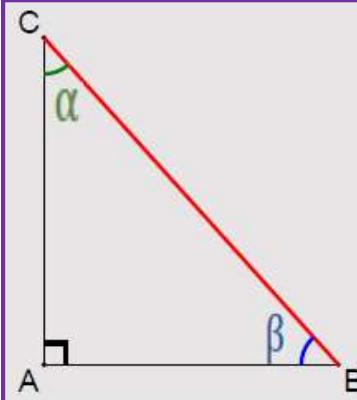
لحسب

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \text{نعم أن}$$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \text{إذن}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \text{وبالتالي}$$

خاصية 2



إذا كان  $\alpha$  و  $\beta$  قياسي زاويتين حادتين متوتتين أي  $\alpha + \beta = 90^\circ$  فإن :

$$\begin{cases} \tan \alpha = \frac{1}{\tan \beta} \\ \tan \beta = \frac{1}{\tan \alpha} \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} \sin \alpha = \cos \beta \\ \sin \beta = \cos \alpha \end{cases}$$

www.hsaina.com

أمثلة :

$$\tan 15^\circ = \frac{1}{\tan 75^\circ}$$

$$\tan 11^\circ = \frac{1}{\tan 79^\circ}$$

$$\sin 70^\circ = \cos 20^\circ$$

$$\cos 30^\circ = \sin 60^\circ$$

$$\sin 80^\circ = \cos 10^\circ$$

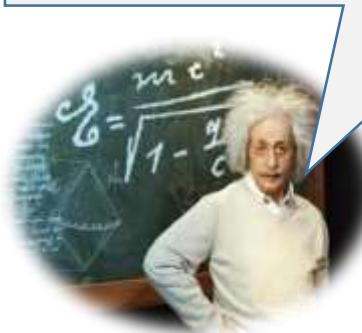
$$\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$$

أحسب مائل  $A$  :  $A = \cos^2 30^\circ + \cos 10^\circ + \tan 20^\circ \times \tan 70^\circ + \sin^2 60^\circ - \sin 80^\circ$

لإيجاد الزاوية  $\alpha$  بحيث  $\sin \alpha = 1$

باستخدام الآلة الحاسبة اضغط بالترتيب على

1 ثم Sins ثم shift  
لتشاهد على الشاشة  $90^\circ$



### III. جدول النسب المثلثية لزوايا خاصة :

$\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	غير معروف

تطبيق : إذا كنت تسكن بالقرب من المطار وشاهدت طائرة تحلق على

ارتفاع  $1000m$  وقمت بتقدير زاوية إرتفاعها وكانت  $30^\circ$ .

أحسب  $d$  مسافة بعد الطائرة عن مكان الهبوط ؟



$$\text{الحل : لدينا } \sin 30^\circ = \frac{1000}{d}$$

$$d = \frac{1000}{\sin 30^\circ} = \frac{1000}{\frac{1}{2}} = 1000 \times 2 = 2000m$$

$$d = 2000m = 2 km$$

وبالتالي

