حـــــــــــــــــل تماريـــــــــن الترتيـــــــــب

حل التمرين الأول:

في العلاقة (1 نضرب طرفا بطرف

$a(1+k\,b) < b(1+k\,a)$

$a + a\,k\,b < b + k\,a\,b$ يعني أن

$a < b$ إذن

نقوم بهذا لنصل إلى شيء في المعطيات $a < b$

ثم نبدأ لدينا $a < b$

$k < 0$ <= إذن

نضيف $a\,k\,b$ عند طرفين :

$a + a\,k\,b < b + a\,k\,b$

$a(1+k\,b) < b(1+k\,a)$

$\frac{a(1+k\,b)}{b} < 1 + k\,a$

$$\frac{a}{b} < \frac{1+k\,a}{1+k\,b}$$

حل التمرين الثاني :

لدينا $-1 < a < 1$ إذا أردنا أن نقوم بتأطير ab وجب معرفة إشارة a

إذا كان $-1 < a < 0$ فإن : $0 < -a < 1$ و $0 < b < 3$

إذن $0 < -a\,b < 3$

إذن $-3 < a\,b < 0$ (1)

$0 < a < 1$

$0 < b < 3$

إذن $0 < a\,b < 3$ (2)

حسب (1) و (2) لدينا

$-3 < 0 < a\,b < 3 < 0 < 3$

$$-3 < a\,b < 3$$

حل التمرين الثالث:

ليكن $-1 < a < 2$

احذر لا يمكنك تأطير عدد مربع a^2 دون معرفة إشارته

لذلك نتبع التأطير حسب الحالات:

Talamid.ma: هذا الملف تم تحميله من موقع
للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

- إذا $-1 < a < 0$ فإن $0 < -a < 1$

ثم $0 < -a < 1$ كان

بضرب أطراف العلاقتين $0 < -a \times -a < 1$

يعني $0 < a^2 < 1$

ثم $-1 < a^2 + a < 1$ (1)

- إذا كان $0 < a < 2$ فإن $0 < a^2 < 4$

$0 < a^2 + 2 < 6$ (2)

(1) و (2) نستنتج أن:

حسب العلاقتين

$-1 < 0 < a^2 + a < 1 < 6$

إذن $\boxed{-1 < a^2 + a < 6}$

حل التمرين الرابع:

1- لدينا : $b = -3 - a$

لدينا $-2 < a < 1$

إذن $-1 < -a < 2$

$-4 < -3 - a < -1$

يعني $-4 < b < -1$

2- تأطير a^2

$-2 < a < 0$ <= $0 < -a < 2$

إذن $0 < -a \times a < 4$

(1) $\boxed{0 < a^2 < 4}$

- إذا كان $0 < a < 1$ فإن: (2) $\boxed{0 < a^2 < 1}$

و بالتالي حسب (1) و (2) لدينا :

$0 < a^2 < 1 < 4$

إذن : $\boxed{0 < a^2 < 4}$

- تأطير $\frac{a+3}{5-b}$

لدينا $1 < a + 3 <$

و $1 < -b < 4$

$6 < 5 - b < 9$

$\frac{1}{9} < \frac{1}{5-b} < \frac{1}{6}$

$\frac{1}{9} < \frac{a+3}{5-b} < \frac{4}{6}$

Talamid.ma: موقع تم تحميله من الموقع الرسمي لوزارة التربية الوطنية

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma: الموقع الأول بالمغرب في مجال تبادل الدروس والفروض المحلولة

$$\frac{1}{9} < \frac{a+3}{5-b} < \frac{2}{3}$$

- تأطير $\frac{1}{a-2}$

احذر لا يمكن تأطير $\frac{1}{a-2}$ دون معرفة إشارة $a-2$

لدينا $-2 < a < 1$

إذن $-4 < a-2 < -1$

احذر لا يمكن قلب عدد داخل التأطير إلا إذا كان موجب

لذلك $1 < -(a-2) < 4$

إذن $\frac{1}{4} < \frac{+1}{-(a-2)} < 1$

إذن $\frac{1}{4} < \frac{-1}{a-2} < 1$

$$-1 < \frac{1}{a-2} < \frac{-1}{4}$$

حل التمرين الخامس:

1- لدينا

$$A = \frac{2+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} \times \frac{3-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$$

$$= \frac{(2+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$$

$$= \frac{6-2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-3}{9-3}$$

$$= \frac{3+\sqrt{3}}{6}$$

2- $B - A = \frac{6+\sqrt{3}}{11} - \frac{3+\sqrt{3}}{6}$

$$= \frac{36+6\sqrt{3}-33-11\sqrt{3}}{66}$$

$$= \frac{3-5\sqrt{3}}{66}$$

3- لدينا $B - A = \frac{3-5\sqrt{3}}{66}$

من أجل أن نبين أن $B < A$ يكفي أن يكون $B - A < 0$

يعني

$$\frac{3-5\sqrt{3}}{66} < 0$$

أو

$$3 - 5\sqrt{3} < 0$$

أو

$3 < 5\sqrt{3}$

إذن يكفي أن نبين أن $3 < 5\sqrt{3}$

نرفع إلى المربع : $3^2 < (5\sqrt{3})^2$

وهذا في الهامش

Talamid.ma: الموقع الأول بالمغرب في مجال تبادل الدروس والفروض المحلولة تم تحميله من الموقع

يعني $9 < 25 \times 3$

$9 < 75$

لدينا: $9 < 75$

يعني $3^2 < 5^2 \times 3$

إذن $\sqrt{3^2} < \sqrt{5^2 \times 3}$

يعني $3 < 5\sqrt{3}$

إذن $3 - 5\sqrt{3} < 0$

و بالتالي $B - A < 0$ إذن $B < A$

حل التمرين السادس:

1- لدينا $2 - \frac{1}{x+3} = \frac{2(x+3)-1}{x+3}$

$= \frac{2x+6-1}{x+3}$

$= \frac{2x+5}{x+3}$

$= a$

$2 - \frac{1}{x+2} = \frac{2(x+3)-1}{x+2}$

$= \frac{2x+3}{x+2}$

$= b$

2- لدينا $a - b = 2 - \frac{1}{x+3} - 2 + \frac{1}{x+2}$

$= \frac{-x-2+x+3}{(x+3)(x+2)}$

$= \frac{1}{(x+3)(x+2)}$

لدينا $x \geq 0 \Rightarrow x + 2 > 0$

و $x + 3 > 0$

إذن: $a - b > 0$

$a > b$

و منه فإن: $b < a$

حل التمرين السابع :

1- من أجل البرهنة أن $b < a$ يكفي أن نبين أن $\frac{b}{a} < 1$

و بالتالي يجب تأطير العدد $\frac{b}{a}$

لدينا $1 + \sqrt{3} < a < 2\sqrt{2}$

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma: الموقع الأول لمزاولة التعليم عبر الأنترنت
Talamid.ma: الموقع الأول لمزاولة التعليم عبر الأنترنت

Talamid.ma: هذا الملف تم تحميله من موقع

إذن

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} < \frac{1}{a} < \frac{1}{1+\sqrt{3}}$$

إذن

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} < \frac{b}{a} < \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

من جهة أخرى لدينا

$$\sqrt{3} < 1+\sqrt{3}$$

إذن

$$\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} < 1$$

إذن: $\frac{b}{a} < \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$ و بالتالي $b < a$

2- تأطير للعددين $\frac{a}{c}$ و $\frac{c}{a}$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} < \frac{1}{a} < \frac{1}{1+\sqrt{3}}$$

لدينا c عدد سالب: $1-\sqrt{3} < c < \frac{-\sqrt{2}}{4}$

حذار من تأطير جداء عدد سالب × عدد موجب

$$\frac{\sqrt{2}}{4} < -c < \sqrt{3}-1$$

إذن

$$\frac{\sqrt{2}}{4}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) < -c \times \frac{1}{a} < \sqrt{3}-1 \times \frac{1}{1+\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{8} < \frac{-c}{a} < \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$$

إذن:

$$(2) \quad \frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} < \frac{c}{a} < \frac{-1}{8}$$

تأطير $\frac{a}{c}$ من خلال التأطير (2)

لدينا

$$\frac{1}{\frac{-1}{8}} < \frac{1}{\frac{c}{a}} < \frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}}$$

$$-8 < \frac{a}{c} < \frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$$

تاطير $a \times b$

لدينا $-2 < b < -1$

$1 < -b < 2$

إذن:

$$1+\sqrt{3} < a < 2\sqrt{2}$$

و

إذن :

$$1+\sqrt{3} < -ab < 4$$

و بالتالي

$$-4 < ab < -1-\sqrt{3}$$

حل التمرين الثامن :

$-6 \le x \le -2$ و $-4 \le y \le 3$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع: Talamid.ma

$-10 \leq x + y \leq 1$

احذر أن تأطر عددا مربعا دون أن يكون موجبا

- إذا كان $-4 \leq y \leq 0$ فإن $0 \leq -y \leq 4$

إذن $0 \leq -yx - y \leq 16$

$0 \leq y^2 \leq 16$

(1) $-1 \leq y^2 - 1 \leq 15$

- إذا كان $0 \leq y \leq 3$

(2) $0 \leq y^2 \leq 9$

$-1 \leq y^2 - 1 \leq 8$

حسب (1) و (2) فإن

$-1 \leq y^2 - 1 \leq 8 \leq 15$

و بالتالي $-1 \leq y^2 - 1 \leq 15$

هذا الملف تم تحميله من موقع: Talamid.ma
للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

حل التمرين التاسع :

1- بين أن $\sqrt{a+1} - \sqrt{a} < \frac{1}{2\sqrt{a}}$

من أجل ذلك نبين أن :

$$\sqrt{a+1} - \sqrt{a} = \sqrt{a+1} - \sqrt{a} \times \frac{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}}$$

$$= \frac{(\sqrt{a+1})^2 - (\sqrt{a})^2}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}}$$

$$= \frac{a+1-a}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}}$$

إذن يكفي أن نبين أن $\frac{1}{2\sqrt{a+1}} < \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} < \frac{1}{2\sqrt{a}}$

يكافئ (1) $2\sqrt{a} < \sqrt{a+1} + \sqrt{a} < 2\sqrt{a+1}$

لدينا $a < a+1$

إذن $\sqrt{a} < \sqrt{a+1}$

$\sqrt{a+1} + \sqrt{a} < \sqrt{a+1} + \sqrt{a+1}$

$\sqrt{a+1} + \sqrt{a} < 2\sqrt{a+1}$

Talamid.ma: للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamid.ma: هذا الملف تم تحميله من موقع

من جهة أخرى لدينا $a < a+1$

إذن $\sqrt{a} < \sqrt{a+1}$

إذن $\sqrt{a} - \sqrt{a} < \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$

يعني $2\sqrt{a} < \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$

و بالتالي $2\sqrt{a} < \sqrt{a+1} + \sqrt{a} < 2\sqrt{a+1}$

$$\frac{1}{2\sqrt{a+1}} < \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} < \frac{1}{2\sqrt{a}}$$

2- إذا عوضنا $a = 1$ في التأطير الأول :

نرفع التأطير $\frac{1}{2\sqrt{a+1}} < \sqrt{a+1} - \sqrt{a} < \frac{1}{2\sqrt{a}}$

إلى المربع $(\frac{1}{2\sqrt{a+1}})^2 < (\sqrt{a+1} - \sqrt{a})^2 < (\frac{1}{2\sqrt{a}})^2$

$$\frac{1}{4(a+1)} < a+1-2\sqrt{a(a+1)} + a < \frac{1}{4a}$$

$$\frac{1}{4(a+1)} < 2a+1-2\sqrt{a(a+1)} < \frac{1}{4a}$$

نعوض $a = 1$ <= $\frac{1}{8} < 3 - 2\sqrt{2} < \frac{1}{4}$

$$-\frac{23}{8} < -2\sqrt{2} < -\frac{11}{4}$$

$$-\frac{23}{16} < 2\sqrt{2} < -\frac{11}{8}$$

$$\frac{11}{8} < \sqrt{2} < \frac{23}{16}$$

حل التمرين العاشر :

لدينا $a = x + \frac{1}{x}$

$$a^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2x \times \frac{1}{x}$$

$$= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

لدينا $\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{9} \leq x^2 \leq \frac{1}{4}$$

و $4 \leq \frac{1}{x^2} \leq 9$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma
موقع يزخر بالعديد من التمارين والدروس في جميع المواد

إذن $\frac{1}{9}+4+2 \le x^2+\frac{1}{x^2}+2 \le \frac{1}{4}+9+2$

$$\frac{55}{9} \le a^2 \le \frac{45}{4}$$

2- لدينا $\sqrt{\frac{55}{9}} \le \sqrt{a^2} \le \sqrt{\frac{45}{4}}$

$\frac{\sqrt{55}}{3} \le a \le \frac{3\sqrt{5}}{2}$ $[45 = 5\times 3^2 \; ; \sqrt{45} = \sqrt{5} \times 3]$

3- لدينا $-2 \le y \le -1$ إذن $-1 \le \frac{1}{y} \le \frac{-1}{2}$

يعني $\frac{1}{3}\times -1 \le x \times \frac{1}{y} \le \frac{1}{2}\times\frac{-1}{2}$

(1) $$-\frac{1}{3} \le \frac{x}{y} \le -\frac{1}{4}$$

$2 \le \frac{1}{x} \le 3$

$-2 \le y \le -1$

إذن (2) $$-4 \le \frac{x}{y} \le -3$$

من (1) و (2)

$$-\frac{13}{3} \le \frac{x}{y}+\frac{y}{x} \le -\frac{13}{4}$$