

## الترتيب والعمليات

### 1- مقارنة عددين حقيقين

#### خاصية

لمقارنة عددين حقيقين  $b$  و  $a$ : نحدد إشارة فرقهما

$a \geq b$	إذا كان $0 \geq a - b$ فإن :
$a \leq b$	إذا كان $0 \leq a - b$ فإن :

#### مثال

لنقارن العددين : 9 و  $\frac{3}{7}$   
لدينا :

$$\begin{aligned}\frac{3}{7} - 9 &= \frac{3}{7} - \frac{63}{7} \\ &= \frac{-60}{7}\end{aligned}$$

$$\frac{3}{7} \leq 9 \quad \text{و منه فإن : } \left( \frac{3}{7} - 9 \right) \leq 0 \quad \text{إذن :}$$

### 2- الترتيب والعمليات

#### أ- الترتيب والجمع

#### خاصية

و  $k$  و  $b$  و  $a$  أعداد حقيقة  
إذا كان  $a \leq b$  فإن :  $a + k \leq b + k$   
إذا كان  $a \leq b$  فإن :  $a - k \leq b - k$

#### مثال

و  $a$  عددان حقيقيان بحيث :  $a + 4 \leq b$   
لنبين أن :  $a + 1 \leq b - 3$   
 $a + 4 - 3 \leq b - 3$  يعني أن :  $a + 4 \leq b$   
لدينا :  $a + 4 \leq b$  يعني أن :  $a + 1 \leq b - 3$   
أي

#### خاصية

و  $c$  و  $b$  و  $a$  أعداد حقيقة .  
 $a + c \leq b + d$  فإن  $\left. \begin{array}{l} a \leq b \\ c \leq d \end{array} \right\}$  إذا كان

#### مثال

و  $a$  عددان حقيقيان بحيث :  $a + 3 \leq 3$   
 $b + 4 \leq \sqrt{2}$

$b + a + 7 \leq 3 + \sqrt{2}$  : بين أن  
 $\left. \begin{array}{l} b + 4 \leq \sqrt{2} \\ a + 3 \leq 3 \end{array} \right\}$  و نعلم أن  $(b + 4) + (a + 3) \leq \sqrt{2} + 3$  : إذن  
 $b + a + 7 \leq \sqrt{2} + 3$  و منه فإن :

## بـ الترتيب والضرب خاصية

	$a \leq b$	$k \geq 0$	$a \times k \leq b \times k$	إذا كان فإن	$a \leq b$	$k \leq 0$	$a \times k \geq b \times k$	إذا كان فإن

و  $a$  و  $b$  أعداد حقيقة

/1 : إذا كان فإن  $\left. \begin{array}{l} a \leq b \\ k \geq 0 \end{array} \right\}$

/2 : إذا كان فإن  $\left. \begin{array}{l} a \leq b \\ k \leq 0 \end{array} \right\}$

## مثال

$a \geq \frac{4}{3}$  و  $b \geq \sqrt{3}$  : عددان جزريان بحيث  $b$  و  $a$  لنتستنتج  $3a - 2b$

$a \times 3 \geq \frac{4}{3} \times 3$  أي :  $\left. \begin{array}{l} a \geq \frac{4}{3} \\ 3 \geq 0 \end{array} \right\}$  إذن :  $3a \geq 4$  لدينا

$b \times (-2) \leq \sqrt{3} \times (-2)$  أي  $\left. \begin{array}{l} b \geq \sqrt{3} \\ -2 \leq 0 \end{array} \right\}$  و لدينا :  $-2b \leq -2\sqrt{3}$  إذن :  $-2b \leq -2\sqrt{3}$

## 3- التأطير

### خاصية 1

$x \leq a \leq y$  و  $z \leq b \leq t$  أعداد حقيقة بحيث :

$$x \leq a \leq y \quad \text{و} \quad z \leq b \leq t$$

$$x + z \leq a + b \leq y + t$$

## مثال

$1 \leq x \leq \sqrt{5}$  و  $-4 \leq y \leq -\frac{3}{2}$  عددان حقيقيان بحيث  $x$  و  $y$  لنظر :  $x + y$

لدينا :  $1 \leq x \leq \sqrt{5}$  و  $-4 \leq y \leq -\frac{3}{2}$

$$1 + (-4) \leq x + y \leq \sqrt{5} + \left(-\frac{3}{2}\right)$$

يعني أن :

$$-3 \leq x + y \leq \sqrt{5} - \frac{3}{2}$$

أي

## خاصية 2

$x \leq a \leq y$  و  $y \leq -a \leq -x$  أعداد حقيقة بحيث :

## مثال

$\sqrt{3} \leq x \leq 4$  عدد حقيقي بحيث :

$$-4 \leq -x \leq -\sqrt{3}$$

لنؤطر  $-x$  :

## خاصية 3

$x \leq a \leq y$  و  $z \leq b \leq t$  أعداد حقيقة بحيث :

$$x - t \leq a - b \leq y - z$$

## مثال

$1 \leq x \leq \frac{5}{2}$  و  $-4 \leq y \leq -\frac{3}{2}$  عددان حقيقيان بحيث :

لنؤطر:  $y - x$

لدينا :

$$-\frac{5}{2} \leq -x \leq -1 \quad \text{إذن : } 1 \leq x \leq \frac{5}{2}$$

$$(-4) + \left(\frac{-5}{2}\right) \leq y + (-x) \leq \left(\frac{-3}{2}\right) + (-1)$$

$$\frac{-13}{2} \leq y - x \leq \left(\frac{-5}{2}\right)$$