Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

الدرس ⑤ : مبرهنة فيثاغورس

I - مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

1) نشاط ① :

ABC مثلث حيث أن : $AB=3cm$ ، $AC=4cm$ ، $BC=5cm$

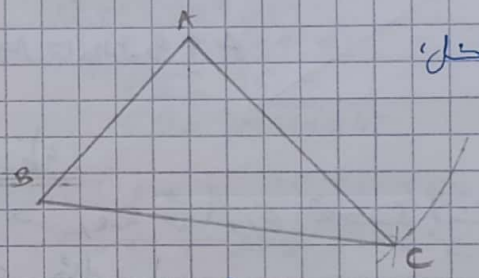
أ- أنشئ المثلث ABC

ب- ماذا تلاحظ على طبيعة المثلث ABC ؟

ج) بين أن : $BC^2=AB^2+AC^2$

جواب :

أ- الشكل :



ب- باستعمال المنقلة ، نجد أن المثلث ABC قائم الزاوية في النقطة A

ج) لدينا : $AB^2+AC^2=3^2+4^2=9+16=25$

و $BC^2=5^2=25$

إذن : $BC^2=AB^2+AC^2$

2) مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

أ- خاصية ① :

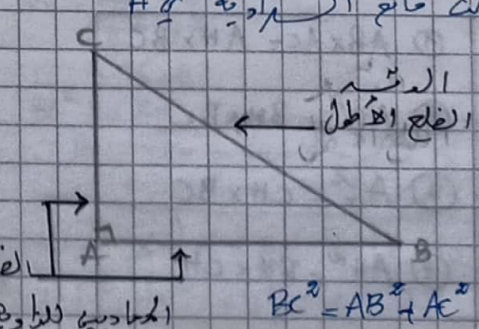
إذا كان مثلث قائم الزاوية فإن مربع وتره يساوي مجموع مربعي طولي ضلعي الزاوية القائمة.

أي إذا كان ABC مثلث قائم الزاوية في A فإن :

$$BC^2=AB^2+AC^2$$

* الشكل الهندسي :

ABC مثلث قائم الزاوية في A



إذن : $BC^2=AB^2+AC^2$

ب - ملاحظات :

* ABC مثلث قائم الزاوية في A إذن : $BC^2=AB^2+AC^2$ ؛ أي أن : $\begin{cases} AB^2=BC^2-AC^2 \\ AC^2=BC^2-AB^2 \end{cases}$

* تستعمل مبرهنة فيثاغورس المباشرة لحساب الأطوال.

ج - مثال :

EFG مثلث قائم الزاوية في E حيث :

$EF=5$ ، $EG=3$ ← FG ؟

لدينا : EFG مثلث قائم الزاوية في E إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة لدينا :

$$FG^2=EF^2+EG^2$$
$$=3^2+5^2$$
$$=9+25$$
$$FG^2=34$$

إذن : $FG=\sqrt{34}$

3) خاصية عكسية :

ABC مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية في A

[BC] منتصف M ، لتكن $AB=4cm$ ، بحيث :

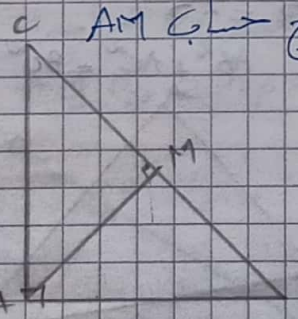
① أنشئ الشكل.

② احسب BC

③ استنتج حساب AM

الحل :

① الشكل.



② لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في A إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة لدينا :

$$BC^2=AB^2+AC^2$$
$$=4^2+4^2$$
$$=16+16$$
$$BC^2=32$$

أي أن : $BC=\sqrt{32}=\sqrt{16\times 2}=4\sqrt{2}$

Talamid.ma للمزيد من الملفات تم بزيارة الموقع
Réalisé par : M. BENMASSER Jamal

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

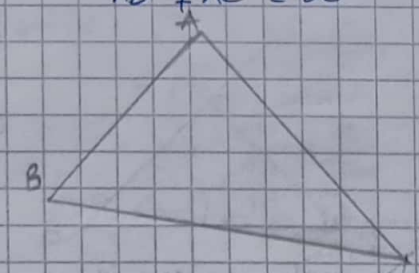
③ لدينا ABC مثلث متساوي الساقين في A
ولدينا M منتصف [BC]
إذن (AM) ⊥ (BC) لأن (AM) هو واسط القطعة [BC]
وهذا يعني أن المثلث AMB قائم الزاوية في M
لأن M منتصف [BC] إذن:
$BM = \frac{BC}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$
لدينا AMB مثلث قائم الزاوية في M إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن:
$AB^2 = AM^2 + MB^2$
$4^2 = AM^2 + (2\sqrt{2})^2$
$16 = AM^2 + 8$
$AM^2 = 16 - 8 = 8$
$AM = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

II - مبرهنة فيثاغورس العكسية:

1) نشاط ②

ABC مثلث حيث: $BC=5cm$ ، $AC=4cm$ ، $AB=3cm$
① حساب AB^2+AC^2 و BC^2
② أنشئ المثلث ABC
③ ما طبيعة المثلث ABC؟ تحقق بأداة هندسية مناسبة
④ ما هي الزاوية التي تستنتجها مما سبق؟

الحل:
① لدينا: $AB^2+AC^2 = 3^2+4^2 = 9+16 = 25$
$BC^2 = 5^2 = 25$
إذن: $AB^2+AC^2 = BC^2$
②



③ باستعمال الكوس نجد أن المثلث ABC قائم الزاوية في الرأس A
④ وهذا يؤدي إلى أنه إذا كان ABC مثلث حيث $BC^2 = AB^2 + AC^2$ فإن ABC مثلث قائم الزاوية في A.

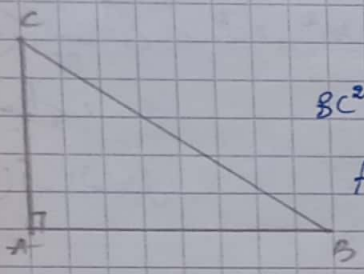
2) مبرهنة فيثاغورس العكسية

أ - خاصية ①:

إذا كان في مثلث ما مربع أطول ضلع يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإن هذا المثلث قائم الزاوية في الرأس المقابل لهذا الضلع.

* وبكتابة رياضية في مثلث: إذا كان $BC^2 = AB^2 + AC^2$ فإن ABC مثلث قائم الزاوية في A

* الشكل الهندسي:



$BC^2 = AB^2 + AC^2$ في ABC مثلث
إذن ABC قائم الزاوية في A

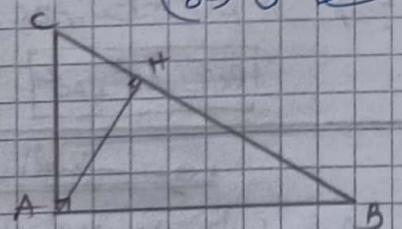
* ملاحظة:
تستعمل مبرهنة فيثاغورس العكسية لإثبات التعامد.

ب - مثال:

EFG مثلث حيث:
$EF=10$ ، $FG=8$ ، $EG=6$
لنبين أن EFG قائم الزاوية في G
لدينا: $\begin{cases} EG^2 = 6^2 = 36 \\ FG^2 = 8^2 = 64 \\ EF^2 = 10^2 = 100 \end{cases}$
إذن: $EG^2+FG^2 = 36+64 = 100$
$EG^2+FG^2 = EF^2$
إذن حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن EFG مثلث قائم الزاوية في G

* فقرة إطلاعية: العلاقات المترية في المثلث القائم الزاوية

ليكن ABC مثلث قائم الزاوية في A، H المسقط العمودي للنقطة A على (BC)



① $AB \times AC = AH \times BC$
② $AB^2 = BH \times BC$
③ $AC^2 = CH \times BC$
④ $AH^2 = BH \times CH$

Talamid.ma للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع