

3 coll

النشر والتعميل والمتطابقات الهامة

تذكير بالإشارات :

إشارات + و - :

إشارتان متشابهتان : نحتفظ بنفس الإشارة مع جمع العددين .

$$\begin{cases} 6 + 2 = 8 \\ -6 - 2 = -8 \end{cases} \quad (\text{ملاحظة : } 6 = +6)$$

نقوم أولاً بعملية الضرب والقسمة

إشارتان مختلفتان : نحتفظ بإشارة العدد الأكبر مع فرق العددين .

$$7 + 7 \div 7 + 7 \times 7 - 7$$

a: 00 b: 08
c: 50 d: 56

$$\begin{cases} -6 + 2 = -4 \\ 2 - 6 = -4 \\ -2 + 6 = 4 \\ 6 - 2 = 4 \end{cases}$$

عددان متقابلان :

$$\begin{cases} 7 - 7 = 0 \\ -7 + 7 = 0 \end{cases}$$

إشارات × و ÷ :

إشارتان متشابهتان + =

$$\begin{cases} 6 \times 2 = 12 \\ -6 \times -2 = 12 \\ 6 \div 2 = 3 \\ -6 \div -2 = 3 \end{cases}$$

إشارتان مختلفتان - =

(ملاحظة : $a \times b = ab = a.b$)

$$\begin{cases} 6 \times -2 = -12 \\ -6 \times 2 = -12 \\ -6 \div 2 = -3 \\ 6 \div -2 = -3 \end{cases}$$

أمثلة :

$$A = -5x(2x - 3) + [6x - 3(4x - 5)]$$

أولاً نحسب ما بداخل القوس الصغير $[6x - 3 \times 4x - 3 \times (-5)]$

$$= -5x \times 2x - 5x \times (-3) + [6x - 12x + 15]$$

$$= -10x^2 + 15x + 6x - 12x + 15 \quad \leftarrow \text{عزل الحدود المتشابهة}$$

$$= -10x^2 + 9x + 15$$

$$B = 6 - 4 \times \frac{3}{2} - 4 \div \frac{4}{5} + 5 \quad \leftarrow \text{نقوم أولاً بعملية الضرب والقسمة}$$

$$= 6 - \frac{12}{2} - 4 \times \frac{5}{4} + 5$$

$$= 6 - 6 - 5 + 5$$

جمع عدنان متقابلان = 0

$$= 0 + 0 = 0$$

$$\frac{4}{6} - \frac{2 \times 8}{2 \times 3} \quad \text{و} \quad 3 \times 2 = 6 \quad \text{لأن 3 مضاعفات 6 من مضاعفات 3}$$

$$C = \frac{\frac{4}{6} - \frac{8}{3}}{1 + \frac{5}{7}} = \frac{\frac{4}{6} - \frac{16}{6}}{\frac{7}{7} + \frac{5}{7}} = \frac{\frac{4-16}{6}}{\frac{7+5}{7}} = \frac{\frac{-12}{6}}{\frac{12}{7}} = \frac{-12}{6} \times \frac{7}{12} = -\frac{7}{6}$$

$$1 + \frac{5}{7} = \frac{1}{1} + \frac{5}{7} = \frac{1 \times 7}{1 \times 7} + \frac{5}{7} = \frac{7}{7} + \frac{5}{7} \quad \text{لأن 7 مضاعفات 1 من مضاعفات 7 حيث لدينا 7 من مضاعفات 1}$$

تمرين تطبيقي:

أحسب مايلي:

$$A = 2a \times [3 - 2a(5a + 6)] \quad B = 6 - [4a + 8 - 2(3a - 5)]$$

$$C = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \times 6 \quad D = \left(\frac{3}{2} - \frac{8}{10}\right) \times \frac{10}{7} \quad E = \frac{\frac{1}{3} + \frac{2}{5}}{\frac{6}{14} - \frac{2}{7}} \times \frac{2}{3}$$

(1) النشر:

تعريف: النشر هو تحويل جداء إلى مجموع أو فرق.

قاعدة 1:

a و b و c أعداد حقيقية

$$a(b+c) = ab + ac$$

$$(b+c)a = ab + ac$$

$$a(b-c+d) = ab - ac + ad$$

و

$$(b-c+d)a = ab - ac + ad$$

ملاحظة: الجمع والطرح والضرب تبادلي.

$$\frac{3}{2} \neq \frac{2}{3} \quad \text{ولكن} \quad 3 + 2 = 2 + 3 = 5 \quad \text{و} \quad 3 - 2 = -2 + 3 = 1 \quad \text{و} \quad -3 \times 2 = 2 \times -3 = -6$$

أمثلة:

$$A = 3(x+2) = (x+2) \times 3 \quad \leftarrow \text{الضرب تبادلي}$$

$$= 3 \times x + 3 \times 2 = 3x + 6$$

$$B = -2(4x + 6) = -2 \times 4x - 2 \times 6 = -8x - 12$$

$$C = \frac{5}{3}x \left(-3x + \frac{1}{2}\right) = \frac{5}{3}x \times (-3x) + \frac{5}{3}x \times \frac{1}{2} = -5x^2 + \frac{5}{6}x$$

$$D = -\sqrt{2}(3a - 7) = -\sqrt{2} \times 3a - \sqrt{2} \times -7 = -3\sqrt{2}a + 7\sqrt{2}$$

$$E = -\sqrt{2}(\sqrt{3}a - \sqrt{7}) = -\sqrt{2} \times \sqrt{3}a \times -\sqrt{2} \times -\sqrt{7} = -\sqrt{6}a + \sqrt{14}$$

$$\begin{aligned} F &= 6x(-2x + 3) - 4x(-3x + 2) = 6x \times -2x + 6x \times 3 - 4x \times -3x - 4x \times 2 \\ &= -12x^2 + 18x + 12x^2 - 8x = -\cancel{12}x^2 + \cancel{12}x^2 + 18x - 8x \\ &= 10x \end{aligned}$$

تمرين تطبيقي:

أنشر ثم بسط مايلي :

$$A = 3(-2x + 4) \quad ; \quad B = \sqrt{5}(x - 3) \quad ; \quad C = -2\left(3x + \frac{5}{2}a - \frac{1}{3}\right)$$

$$D = \sqrt{3}(-\sqrt{3}x + 2) - (-3x + 2\sqrt{3})$$

قاعدة 2

a و b و c و d أعداد حقيقية .

$$(a+b)(c+d) = \overset{\text{النشر}}{\underset{\text{التعميل}}{ac+ad+bc+bd}}$$

أمثلة :

$$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd \quad \text{الطريقة 1 :}$$

$$A = (5x - 3)(2x + 1) = 5x \times 2x + 5x \times 1 - 3 \times 2x - 3 \times 1 \quad \leftarrow \text{النشر}$$

$$= 10x^2 + 5x - 6x - 3 \quad \leftarrow \text{التبسيط}$$

$$= 10x^2 - x - 3 \quad \leftarrow -1x = -x$$

$$B = (-3x - 2)(4 - 6x)$$

$$= -3x \times 4 - 3x \times -6x - 2 \times 4 - 2 \times -6x \quad \leftarrow \text{النشر}$$

$$= -12x + 18x^2 - 8 + 12x$$

$$= 18x^2 - \cancel{12}x + \cancel{12}x - 8 \quad \leftarrow \text{التبسيط}$$

$$= 18x^2 - 8$$

$$C = (2x - 1)(2x + 3) + \frac{1}{3}(-12x^2 + 9)$$

$$= 2x \times 2x + 2x \times 3 - 1 \times 2x - 1 \times 3 + \frac{1}{3} \times -12x^2 + \frac{1}{3} \times 9 \quad \leftarrow \text{النشر}$$

$$= 4x^2 + 6x - 2x - 3 - \frac{12}{3}x^2 + \frac{9}{3}$$

$$= 4x^2 + 4x - 4x^2 - 3 + 3$$

$$= \cancel{4x^2} - \cancel{4x^2} + 4x - 3 + 3 \quad \leftarrow \text{نجمع الحدود المتشابهة ثم نبسط}$$

$$= 4x$$

$$D = (1 + \sqrt{2})(3\sqrt{2} - 6)$$

$$= 1 \times 3\sqrt{2} + 1 \times -6 + \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} + \sqrt{2} \times -6$$

$$= 3\sqrt{2} - 6 + 3\sqrt{2}^2 - 6\sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 6 + 3 \times 2 - 6\sqrt{2}$$

$$= 3\sqrt{2} - 6\sqrt{2} - 6 + 6 = \sqrt{2}(3 - 6) + 0 = \sqrt{2} \times (-3)$$

$$= -3\sqrt{2}$$

(2) التعميل :

تعريف : التعميل هو تحويل مجموع أو فرق إلى جداء وذلك بالتعرف على عامل مشترك
قاعدة : a و b و c أعداد حقيقية.

$$a b + a c = a (b + c)$$

$$a b - a c = a (b - c)$$

أمثلة :

$$A = 5x^2 - 15x = 5x \times x - 3 \times 5x$$

$$= 5x(x - 3) \quad \leftarrow \text{العامل المشترك هو } 5x$$

$$B = -2x(x - 1) + 6(x - 1)$$

$$= (x - 1)(-2x + 6)$$

$$C = (x - 2)\left(\frac{5}{2}x - 3\right) + \left(-\frac{3}{2}x + 5\right)(x - 2) \quad \leftarrow \text{العامل المشترك هو } (x - 2)$$

$$= (x - 2)\left(\frac{5}{2}x - 3 - \frac{3}{2}x + 5\right)$$

$$= (x - 2)\left(\frac{5}{2}x - \frac{3}{2}x - 3 + 5\right)$$

$$= (x - 2)\left(\frac{5-3}{2}x - 3 + 5\right)$$

$$= (x - 2)(x + 2)$$



$$D = (x - 3)^2 - (x - 3)(5x + 2)$$

$$= (x - 3)(x - 3 - (5x + 2)) = (x - 3)(x - 3 - 5x - 2)$$

$$= (x - 3)(x - 5x - 3 - 2)$$

$$= (x - 3)(-4x - 5)$$

تمرين تطبيقي : عمل ماييلي :

$$A = 7x^2 - 21x \quad ; \quad B = 5x(2x - 1) - (x - 2)(2x - 1)$$

$$C = (3x + 2)(x - 6) - (5x + 1)(3x + 2)$$

$$D = (3x + 1)^2(5x - 2) + (1 + 3x)(2x + 6)$$

3 المتطابقات الهامة : تستخدم لتسهيل عملية نشر وتعميل بعض العمليات.

المتطابقة 1 :

a و b عدنان حقيقيان

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

أمثلة النشر :

أنشر وبسط ماييلي :

$$A = (x + 3)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \times a \times b + b^2$$

$$(3x)^2 = 3^2 \times x^2 \text{ و } \sqrt{7}^2 = 7$$

$$B = (3x + \sqrt{7})^2 = (3x)^2 + 2 \times (3x) \times \sqrt{7} + \sqrt{7}^2 = 9x^2 + 6\sqrt{7} + 7$$

$$(a + b)^2 = (a)^2 + 2 \times (a) \times b + b^2$$

$$C = (2\sqrt{3} + 5x)^2 = (2\sqrt{3})^2 + 2 \times 2\sqrt{3} \times 5x + (5x)^2$$

$$= 2^2 \times \sqrt{3}^2 + 2 \times 2 \times 5\sqrt{3}x + 5^2 \times x^2 = 12 + 20\sqrt{3}x + 25x^2$$

تمرين تطبيقي : أنشر وبسط ماييلي :

$$A = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 \quad \text{و} \quad B = \left(\frac{1}{3} + 2\sqrt{3}\right)^2$$

أمثلة التعميل :

عمل ماييلي :

$$A = 9x^2 + 30x + 25 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2 = (3x + 5)^2$$

$$a^2 + 2 \times a \times b + b^2 = (a + b)^2$$

$$B = 6x^2 + 2\sqrt{18}x + 3 = (\sqrt{6}x)^2 + 2 \times \sqrt{6}x \times \sqrt{3} + \sqrt{3}^2 = (\sqrt{6}x + \sqrt{3})^2$$

$$C = 4x^2 + 12x + 9 = (\dots)^2 + 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2 \quad \text{أكمل ماييلي :}$$

المتطابقة 2 :

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

أمثلة النشر : أنشر وبسط مايلي :

$$A = (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = \sqrt{5}^2 - 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} + \sqrt{2}^2 = 5 - 2 \times \sqrt{5 \times 2} + 2$$

$$= 5 + 2 - 2\sqrt{10} = 7 - 2\sqrt{10}$$

$$B = (3\sqrt{5} - 1)^2 = (3\sqrt{5})^2 - 2 \times 3\sqrt{5} \times 1 + 1^2 = 9 \times 5 - 2 \times 1 \times 3\sqrt{5} + 1^2$$

$$= 45 - 6\sqrt{5} + 1 = 46 - 6\sqrt{5}$$

تمرين تطبيقي : أنشر وبسط مايلي :

$$A = (\sqrt{3} - 2x)^2 \quad \text{و} \quad B = (2\sqrt{7} - 5x)^2$$

أمثلة التعميل : عمل مايلي :

$$A = 64x^2 - 16x + 1 = (8x)^2 - 2 \times 8x \times 1 + 1^2 = (8x - 1)^2$$

$$B = x^2 - 2x + 5 = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 = (x - 5)^2$$

$$C = 3 - 4\sqrt{3}x + 4x^2 = (\dots)^2 - 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2 \quad \text{أكمل مايلي :}$$

المتطابقة 3 :

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

أمثلة النشر : أنشر وبسط مايلي :

$$A = (x - 3)(x + 3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$B = \left(\frac{\sqrt{5}}{2} - a\right)\left(\frac{\sqrt{5}}{2} + a\right) = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 - a^2 = \frac{\sqrt{5}^2}{2^2} - a^2 = \frac{5}{4} - a^2$$

$$C = (5x + 3)(5x - 3) = (5x)^2 - 3^2 = 25x^2 - 9$$

$$D = (\sqrt{7} - 3)(\sqrt{7} + 3) = (\dots)^2 - (\dots)^2$$

أمثلة التعميل : عمل مايلي :

$$A = 25x^2 - 81 = (5x)^2 - 9^2 = (5x + 3)(5x - 3)$$

$$B = (\sqrt{3} - 2)^2 - 25 = (\sqrt{3} - 2)^2 - 5^2 = (\sqrt{3} - 2 + 5)(\sqrt{3} - 2 - 5)$$

$$= (\sqrt{3} + 3)(\sqrt{3} - 7)$$

$$C = 9x^2 - 25 = (\dots - \dots)(\dots + \dots)$$