

النشر و التعميل

1

1- النشر

النشر : تعريف

النشر هو المرور من :

إلى

تعبير على شكل مجموع أو فرق

تعبير على شكل جداء

امثلة لتعابير على شكل مجموع أو فرق

$$(2x-1)^2 - \sqrt{13} \quad ; \quad (\sqrt{5}-y)+2,5 \quad ; \quad x^2-2x+1 \quad ; \quad 21-19,14+3$$

بحيث نجد عملية الجمع أو الطرح بين الحدود في كل حالة

امثلة لتعابير على شكل جداء

$$(2x-1)^2 \quad ; \quad (5-y) \times \sqrt{2,5} \quad ; \quad x^2 \times 2x \times 7 \quad ; \quad 18,4 \times \sqrt{19} \div 1,7$$

بحيث نجد عملية الضرب أو القسمة بين العوامل في كل حالة

أو مربع مجموع عددين أو مربع فرق عددين ...

النشر : قواعد

قاعدة 1

a و b و K أعداد حقيقية :

$$k \times (a + b)$$

إتجاه النشر

$$k \times a + k \times b$$

نقوم بتوزيع K على كل من a و b مع وضع إشارة "+" بين الحدين : $k \times a$ و $k \times b$ و التي كانت بين a و b .

امثلة للنشر : قاعدة 1

انشر التعابير التالية :

$$B = -\sqrt{3}a(x+11)$$

$$B = -\sqrt{3}a \times x + (-\sqrt{3}a) \times 11$$

$$B = -\sqrt{3}ax + (-\sqrt{3}a \times 11)$$

$$B = -\sqrt{3}ax + (-11\sqrt{3}a)$$

$$B = -\sqrt{3}ax - 11\sqrt{3}a$$

تذكر أن : $(- \times -) = +$

$$A = y \times (4 + t)$$

$$A = y \times 4 + y \times t$$

$$A = 4y + yt$$



قاعدة 2

a و b و K أعداد حقيقية :

$$k(a-b)$$

إتجاه النشر

$$k \times a - k \times b$$

نقوم بتوزيع K على كل من a و b مع وضع إشارة "-" بين الحدين : $k \times a$ و $k \times b$ و التي كانت بين a و b .

امثلة للنشر : قاعدة 2

انشر التعابير التالية :

$$D = 2a(xy - 6)$$

$$D = 2a \times xy - 2a \times 6$$

$$D = 2axy - 12a$$

$$C = \sqrt{6}(\sqrt{6} - m)$$

$$C = \sqrt{6} \times \sqrt{6} - \sqrt{6} \times m$$

$$C = (\sqrt{6})^2 - \sqrt{6}m$$

$$C = 6 - \sqrt{6}m$$

$$F = (-3, 4 - 6, 2) \times 5$$

$$F = 3, 4 \times 5 - 6, 2 \times 5$$

$$F = 17 - 31$$

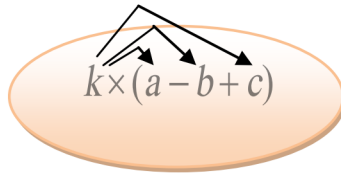
$$F = -14$$

$$E = -3(-t - \sqrt{7})$$

$$E = -3 \times (-t) - (-3) \times \sqrt{7}$$

$$E = 3 \times t + 3 \times \sqrt{7}$$

$$E = 3t + 3\sqrt{7}$$



اتجاه النشر

a و b و c و k أعداد حقيقية :

$$k \times a - k \times b + k \times c$$

نقوم بتوزيع k على كل من a و b و c مع احترام الإشارات وضع إشارة "-" بين الحدين : $k \times a$ و kb

حيث نضع إشارة "-" بين $k \times a$ و $k \times b$ والتي كانت بين a و b ، وإشارة "+" بين $k \times b$ و $k \times c$ والتي كانت بين b و c .

أمثلة للنشر : قاعدة 3

انشر التعبيرات التالية :

$$H = -8a(5 + y - \sqrt{2}t + 4d)$$

$$H = -8a \times 5 + (-8a) \times y - (-8a) \times \sqrt{2}t + (-8a) \times 4d$$

$$H = -8 \times 5a + (-8a \times y) - (-8a \times \sqrt{2}t) + (-8a \times 4d)$$

$$H = -40a + (-8ay) - (-8\sqrt{2}at) + (-32ad)$$

$$H = -40a - 8ay + 8\sqrt{2}at - 32ad$$

$$G = 3(7x - \frac{5}{3} + b)$$

$$G = 3 \times 7x - 3 \times \frac{5}{3} + 3 \times b$$

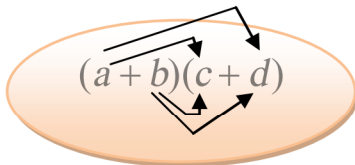
$$G = 21x - 5 + 3b$$

تذكر أن : $-(-) = +$ و $+(+) = +$ و $-(+) = -$ و $-(-) = +$

في كلتا الحالتين لا يمكن أن نبسط أكثر لأن الحدود المحصل عليها مختلفة؟؟؟



قاعدة 4



النشر

a و b و c و d أعداد حقيقية :

$$a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

1- نوزع a على كل من c و d فنحصل على : $a \times c$ و $a \times d$

2- نوزع b على كل من c و d فنحصل على : $b \times c$ و $b \times d$

3 تحديد إشارة كل حد من الحدود : $a \times c$ و $a \times d$ و $b \times c$ و $b \times d$

لتحديد إشارة $a \times c$ مثلاً ، نحدد إشارة a ثم نحدد إشارة c ، وبذلك إشارة الجداء $a \times c$ هي جداء إشارة a مع إشارة c

انشر التعبيرات التالية :

$$M = \left(\frac{6}{2} + t\right)(1 + b)$$

$$M = \frac{6}{5} \times 1 + \frac{6}{5} \times b + t \times 1 + t \times b$$

$$M = \frac{6}{5} + \frac{6 \times b}{5} + t + tb$$

$$M = \frac{6}{5} + \frac{6b}{5} + t + tb$$

$$F = (\sqrt{5} + x)(7 + a)$$

$$F = \sqrt{5} \times 7 + \sqrt{5} \times a + x \times 7 + x \times a$$

$$F = 7\sqrt{5} + \sqrt{5}a + 7x + ax$$

في كلتا الحالتين لا يمكن أن نبسط أكثر لأن الحدود المحصل عليها مختلفة؟؟؟

لاحظ أننا لم نحصل على إشارة "-" في كلتا الحالتين لأن الحدود كلها ذات إشارة موجبة "+" في المثالين معا



قاعدة 5

a و b و c و d أعداد حقيقية :

$$(a - b)(c - d)$$



$$ac - ad - bc + bd$$

تذكر أن : $a \times c = ac$

1- نوزع a على كل من c و d فنحصل على : ac و ad

2- نوزع b على كل من c و d فنحصل على : bc و bd

3- تحديد إشارة كل حد من الحدود : ac و ad و bc و bd

إشارة ac هي جداء إشارة a "+" مع إشارة c "+" أي : $(+) \times (+) = +$ نكتب : +ac أو ac

إشارة ad هي جداء إشارة a "+" مع إشارة d "-" أي : $(+) \times (-) = -$ نكتب : -ad

إشارة bc هي جداء إشارة b "-" مع إشارة c "+" أي : $(-) \times (+) = -$ نكتب : -cb

إشارة bd هي جداء إشارة b "-" مع إشارة d "-" أي : $(-) \times (-) = +$ نكتب : +db

بنفس الطريقة نجد :

$$(a - b)(c + d)$$



$$ac + ad - bc - bd$$

$$(a + b)(c - d)$$



$$ac - ad + bc - bd$$

انشر التعبيرات التالية :

$$\begin{aligned} M &= (x+2)(3-b) \\ M &= x \times 3 - x \times b + 2 \times 3 - 2 \times b \\ M &= 3x - xb + 6 - 2b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= (6-t)(7+a) \\ F &= 6 \times 7 + 6 \times a - t \times 7 - t \times a \\ F &= 42 + 6a - 7t - ta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= (1,5 + \sqrt{5})(6 - \sqrt{3}) \\ P &= 1,5 \times 6 - 1,5 \times \sqrt{3} + \sqrt{5} \times 6 - \sqrt{5} \times \sqrt{3} \\ P &= 9 - 1,5\sqrt{3} + 6\sqrt{5} - \sqrt{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= (2a - 5x)(6x - 3) \\ P &= 2a \times 6x - 2a \times 3 - 5x \times 6x + 5x \times 3 \\ P &= 12ax - 6a - 30x^2 + 15x \end{aligned}$$

في جميع الحالات لا يمكن أن نبسط أكثر لأن الحدود المحصل عليها مختلفة؟؟؟

النشر : المتطابقات هامة

المتطابقة الهامة 1

a و b عددين حقيقيين :

$$(a+b)^2 \xrightarrow{\text{النشر}} a^2 + 2ab + b^2$$

لأن:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

امثلة للنشر : المتطابقة الهامة 1

انشر التعبيرات التالية :

$$\begin{aligned} B &= \left(2\sqrt{7} + \frac{1}{3}\right)^2 \\ B &= (2\sqrt{7})^2 + 2 \times 2\sqrt{7} \times \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \\ B &= 2^2 (\sqrt{7})^2 + 4 \times \frac{1}{3} \sqrt{7} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ B &= 4 \times 7 + \frac{4}{3} \sqrt{7} + \frac{1}{9} \\ B &= 28 + \frac{4}{3} \sqrt{7} + \frac{1}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= (3+x)^2 \\ M &= 3^2 + 2 \times 3 \times x + x^2 \\ M &= 9 + 6x + x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= (3 + \sqrt{2})^2 \\ A &= 3^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 \\ A &= 9 + 6\sqrt{2} + 2 \\ A &= 11 + 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

توحيد المقام وجمع البسطين



المتطابقة الهامة 2

a و b عددين حقيقيين :

$$(a-b)^2 \xrightarrow{\text{النشر}} a^2 - 2ab + b^2$$

لأن:

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a \times a - a \times b - b \times a + b \times b = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

امثلة للنشر : المتطابقة الهامة 2

انشر التعبيرات التالية :

$$\begin{aligned} R &= (x-1-\sqrt{5})^2 \\ R &= ((x-1)-\sqrt{5})^2 \\ R &= (x-1)^2 - 2 \times (x-1) \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 \\ R &= x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2 - 2\sqrt{5}(x-1) + 5 \\ R &= x^2 - 2x + 1 - 2\sqrt{5} \times x + 2\sqrt{5} \times 1 + 5 \\ R &= x^2 - 2x + 1 - 2\sqrt{5}x + 2\sqrt{5} + 5 \\ R &= x^2 - 2x - 2\sqrt{5}x + 1 + 5 + 2\sqrt{5} \\ R &= x^2 - 2x(1+\sqrt{5}) + 6 + 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

↑ جمع حددين متشابهين

$$\begin{aligned} P &= \left(0,5 - \frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2 \\ P &= 0,5^2 - 2 \times 0,5 \times \frac{4}{\sqrt{2}} + \left(\frac{4}{\sqrt{2}}\right)^2 \\ P &= 0,25 - 1 \times \frac{4}{\sqrt{2}} + \frac{4^2}{(\sqrt{2})^2} \\ P &= 0,25 - \frac{4}{\sqrt{2}} + \frac{16}{2} \\ P &= 0,25 - \frac{4}{\sqrt{2}} + 8 \\ P &= 8,25 - \frac{4}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

لاحظ أن: $4^2 \neq 4 \times 2 = 8$ ؛ $4^2 = 4 \times 4 = 16$



المتطابقة الهامة 3

a و b عددين حقيقيين :

$$(a-b)(a+b) \xrightarrow{\text{النشر}} a^2 - b^2$$

لأن:

$$(a-b)(a+b) = a \times a + a \times b - b \times a - b \times b = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2$$

انشر التعابير التالية :

$$S = \left(3x - 2\sqrt{5} + \frac{4}{-\sqrt{3}} \right) \left(3x - 2\sqrt{5} + \frac{4}{\sqrt{3}} \right)$$

$$S = \left((3x - 2\sqrt{5}) - \frac{4}{\sqrt{3}} \right) \left((3x - 2\sqrt{5}) + \frac{4}{\sqrt{3}} \right)$$

$$S = (3x - 2\sqrt{5})^2 - \left(\frac{4}{\sqrt{3}} \right)^2$$

$$S = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2\sqrt{5} + (2\sqrt{5})^2 - \frac{4^2}{(\sqrt{3})^2}$$

$$S = 3^2 \times x^2 - 12\sqrt{5}x + 2^2 \times (\sqrt{5})^2 - \frac{16}{3}$$

$$S = 9x^2 - 12\sqrt{5}x + 4 \times 5 - \frac{16}{3}$$

$$S = 9x^2 - 12\sqrt{5}x + 20 - \frac{16}{3}$$



توحيد المقام وجمع البسطين

$$E = (5 - y)(5 + y)$$

$$E = 5^2 - y^2$$

$$E = 25 - y^2$$

$$F = (3 - \sqrt{2,9}x)(3 + \sqrt{2,9}x)$$

$$F = 3^2 - (\sqrt{2,9}x)^2$$

$$F = 9 - (\sqrt{2,9})^2 \times x^2$$

$$F = 9 - 2,9x^2$$

II- التعميل

التعميل : تعريف

التعميل هو المرور من :

تعبير على شكل مجموع أو فرق

إلى

تعبير على شكل جداء

التعميل : قواعد

قاعدة 1

a و b و K أعداد حقيقية :

$$k \times a + k \times b$$

إتجاه التعميل

$$k \times (a + b)$$

K هو العامل المشترك بين الحدين : $k \times a$ و $k \times b$ إذن نعمل ب K فنجد : $k \times (a + b)$

امثلة للتعميل : قاعدة 1

عمل التعابير التالية :

$$B = 3a + \frac{2\sqrt{3}}{5}$$

$$B = (\sqrt{3})^2 a + \frac{2}{5} \times \sqrt{3}$$

$$B = \sqrt{3} \times \sqrt{3} a + \frac{2}{5} \times \sqrt{3}$$

$$B = \sqrt{3} \left(\sqrt{3} a + \frac{2}{5} \right)$$

$$A = 8x + 16y$$

$$A = 8x + 8 \times 2y$$

$$A = 8(x + 2y)$$

تفكيك الأعداد للحصول على العامل المشترك

a و b و K أعداد حقيقية :

$$k \times a - k \times b$$

إتجاه التعميل

$$k(a - b)$$

K هو العامل المشترك بين الحدين : $k \times a$ و $k \times b$ إذن نعمل ب K فنجد : $k \times (a - b)$

امثلة للتعميل : قاعدة 2

عمل التعابير التالية :

$$D = \frac{6a}{21} - \frac{18}{7}$$

$$D = \frac{6 \times a}{7 \times 3} - \frac{6 \times 3}{7}$$

$$D = \frac{6}{7} \left(\frac{a}{3} - 3 \right)$$

$$C = 12x^2 - 8x$$

$$C = 4x \times 3x - 2 \times 4x$$

$$C = 4x(3x - 2)$$

تفكيك الأعداد للحصول على العامل المشترك

قاعدة 3

a و b و c و K أعداد حقيقية :

$$k \times a - k \times b + k \times c$$

اتجاه التعميل

$$k \times (a - b + c)$$

K هو العامل المشترك بين الحدود : $k \times a$ و $k \times b$ و $k \times c$ إذن نعمل ب K فنجد : $k \times (a - b + c)$

امثلة للتعميل : قاعدة 3

عمل التعابير التالية :

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{3}{2}x - \frac{5\sqrt{7}}{(\sqrt{2})^3}$$

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{3}{(\sqrt{2})^2}x - \frac{5\sqrt{7}}{(\sqrt{2})^3}$$

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{3}{\sqrt{2}}x - \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{5\sqrt{7}}{(\sqrt{2})^2}$$

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{3}{\sqrt{2}}x - \frac{5\sqrt{7}}{(\sqrt{2})^2} \right)$$

$$G = 35x - 5x^2 + 15xy$$

$$G = 5x \times 7 - 5x \times x + 5 \times 3xy$$

$$G = 5x(7 - x + 3y)$$

تفكيك الأعداد للحصول على العامل المشترك

a و b و c و d أعداد حقيقية :

$$a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

التعميل

$$(c + d)(a + b)$$

نعمل ب : a

نعمل ب : b

نعمل ب : (c + d)

$$a \times c + a \times d + b \times c + b \times d = a(c + d) + b(c + d) = (c + d)(a + b)$$

لأن :



قاعدة 5

a و b و c و d أعداد حقيقية :

$$ac - ad - bc + bd$$

التعميل

$$(c - d)(a - b)$$

$$a \times c - a \times d - b \times c + b \times d = a(c - d) - b(c - d) = (c - d)(a - b)$$

لأن :

بنفس الطريقة نجد :

$$ac + ad - bc - bd$$

التعميل

$$(c + d)(a - b)$$

$$a \times c + a \times d - b \times c - b \times d = a(c + d) - b(c + d) = (c + d)(a - b)$$

لأن :

$$ac - ad + bc - bd$$

التعميل

$$(c - d)(a + b)$$

$$a \times c - a \times d + b \times c - b \times d = a(c - d) + b(c - d) = (c - d)(a + b)$$

لأن :

عمل التعابير التالية :

$$M = x - 3 + 9x^2 - 27x$$

$$M = x - 3 + 9x \times x - 3 \times 9x$$

$$M = (x - 3) \times 1 + 9x(x - 3)$$

$$M = (x - 3)(1 + 9x)$$

$$F = 6 + 2x + 3\sqrt{2} + \sqrt{2}x$$

$$F = 3 \times 2 + 2x + \sqrt{2}(3 + x)$$

$$F = 2(3 + x) + \sqrt{2}(3 + x)$$

$$F = (3 + x)(2 + \sqrt{2})$$

نعمل كل حدين بعامل مشترك ثم نحصل على عامل مشترك آخر بين قوسين ونعمل به



المتطابقة الهامة 1

a و b عددين حقيقيين :

$$a^2 + 2ab + b^2$$

التعميل

$$(a + b)^2$$

امثلة للتعميل : المتطابقة الهامة 1

عمل التعابير التالية :

$$B = 4a^2 + 4\sqrt{5}a + 5$$

$$B = 2^2 a^2 + 2 \times 2a \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2$$

$$B = (2a)^2 + 2 \times 2a \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2$$

$$B = (2a + \sqrt{5})^2$$

انتبه : $(2a)^2 \neq 2a^2$ و $\sqrt{5}a \neq \sqrt{5}a$

$$M = x^2 + 2 \times x \times 3 + 9$$

$$M = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$$

$$M = (x + 3)^2$$

$$N = x^4 + 2x^2 + 1$$

$$N = (x^2)^2 + 2 \times x^2 \times 1 + 1^2$$

$$N = (x^2 + 1)^2$$



المتطابقة الهامة 2

a و b عددين حقيقيين :

$$a^2 - 2ab + b^2$$

التعميل

$$(a - b)^2$$

عمل التعابير التالية :

$$\begin{aligned} R &= y^2 - y + 0,25 \\ R &= y - 1 \times y + \overbrace{0,5 \times 0,5} \\ R &= y^2 - \overbrace{2 \times 0,5} \times y + 0,5^2 \\ R &= y^2 - 2 \times 0,5 \times y + 0,5^2 \\ R &= (y - 0,5)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{4}{9} - \frac{4}{3}x + x^2 \\ P &= \frac{2^2}{3^2} - 2 \times \frac{2}{3} \times x + x^2 \\ P &= \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \times \frac{2}{3} \times x + x^2 \\ P &= \left(\frac{2}{3} - x\right)^2 \end{aligned}$$



المتطابقة الهامة 3

a و b عددين حقيقيين :

$$a^2 - b^2 \xrightarrow{\text{التعميل}} (a - b)(a + b)$$

عمل التعابير التالية :

$$\begin{aligned} G &= x^2 + 2x - 3 \\ G &= x^2 + 2x + 1 - 4 \\ \text{متطابقة 1} \quad G &= \underbrace{x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2}_{\text{متطابقة 3}} - 2^2 \\ G &= (x + 1)^2 - 2^2 \\ G &= (x + 1 - 2)(x + 1 + 2) \\ G &= (x - 1)(x + 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= 13 - t^2 \\ E &= (\sqrt{13})^2 - t^2 \\ E &= (\sqrt{13} - t)(\sqrt{13} + t) \\ F &= 18 - 2x^2 \\ F &= 2 \times 9 - 2 \times x^2 \\ F &= 2(9 - x^2) \\ F &= 2(3^2 - x^2) \\ F &= 2(3 - x)(3 + x) \end{aligned}$$