

الدرس ١٤: الجذور المربعة

العمليات على الجذور المربعة

(1) الجذر المربع والعزب

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad \text{خاصية (1)}$$

$$\sqrt{a^2 \times b} = a \sqrt{b} \quad \text{خاصية (2)}$$

* $\sqrt{2} \times \sqrt{6} = \sqrt{2 \times 6} = \sqrt{12}$

* $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{3 \times 12} = \sqrt{36} = 6$

* $\sqrt{3^2 \times 11} = 3\sqrt{11}$

* $\sqrt{25 \times 7} = \sqrt{5^2 \times 7} = 5\sqrt{7}$

تقنية التفكيك ← $\sqrt{180} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5} = 2 \times 3 \sqrt{5} = 6\sqrt{5}$

* $\sqrt{7^5} = \sqrt{7^4 \times 7} = \sqrt{(7^2)^2 \times 7} = 7^2 \sqrt{7} = 49\sqrt{7}$

(2) الجذر المربع والعكس

$$\sqrt{\frac{1}{b}} = \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{b}}{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

* $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$

* $\sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

إزالة الجذر المربع من المقام

حالة (3): مقام يحتوي على + أو -

* $\frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} = \frac{3(\sqrt{2} - \sqrt{5})}{(\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{5})}$

= $\frac{3(\sqrt{2} - \sqrt{5})}{2 - 5} = \frac{3(\sqrt{2} - \sqrt{5})}{-3} = \sqrt{5} - \sqrt{2}$

تعريف: المرافق

مرافق العدد $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ هو العدد $\sqrt{a} - \sqrt{b}$

مرافق العدد $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ هو العدد $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

ولذلك: $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$

حل المعادلة $x^2 = a$

$a > 0$	$a = 0$	$a < 0$
المعادلة تملك حلا	المعادلة لها حل واحد هو العدد 0	المعادلة ليس لها حل
$\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$		

* أمثلة:

(1) المعادلة $3x^2 + 15 = 3$ تكافئ على المعادلة $3x^2 = 3 - 15$

$3x^2 = -12$

$x^2 = \frac{-12}{3}$

$x^2 = -4$

إذن المعادلة ليس لها حل

(2) المعادلة $2(x-1) = -2$ تكافئ على المعادلة $2x^2 - 2 = -2$

$2x^2 = -2 + 2$

$2x^2 = 0$

$x^2 = 0$

$x = 0$

إذن المعادلة لها حل وحيد هو 0

(3) المعادلة $2x^2 = 6$ تكافئ على المعادلة $x^2 = \frac{6}{2}$

$x^2 = 3$

إذن المعادلة تملك حلا هما $\sqrt{3}$ و $-\sqrt{3}$

الجذر المربع لعدد حقيقي موجب

(14) تعريف: a عدد حقيقي موجب

الجذر المربع العدد a هو العدد الحقيقي الموجب الذي مربعه a ويسمى $\sqrt{a}$

$$\sqrt{a^2} = a$$

$$\sqrt{a^4} = a$$

نتيجة

* $\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$

* $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$

* $\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7$

* $\sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8$

* $\sqrt{\frac{25}{100}} = \sqrt{\left(\frac{5}{10}\right)^2} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

* $\sqrt{\frac{49}{25}} = \sqrt{\left(\frac{7}{5}\right)^2} = \frac{7}{5}$

← (3) خاصية: a عدد حقيقي

* إذا كان $a > 0$ فإن $\sqrt{a^2} = \sqrt{a}^2 = a$

* إذا كان $a < 0$ فإن $\sqrt{a^2} = \sqrt{-a}^2 = -a$

* $\sqrt{a^2} = \sqrt{-a}^2 = -a$

* إذا كان $a < 0$ فإن $\sqrt{a^2} = \sqrt{-a}^2 = -a$

← أمثلة:

* $\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}$

* $\sqrt{\frac{11^2}{5}} = \frac{11}{5}$

* $\sqrt{(-3)^2} = 3$

* $\sqrt{(-7)^2} = 7$

* $\sqrt{(-7-\sqrt{3})^2} = -(-7-\sqrt{3}) = 7 + \sqrt{3}$

* $\sqrt{7+\sqrt{2}}^2 = \sqrt{7+2} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$

حالة (4): مقام لا يحتوي على + أو -

* $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{5 \times 2} = \frac{\sqrt{6}}{10}$