Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

الدرس ① : الجذر المربع

I - الجذر المربع لعدد حقيقي موجب :

1) نشاط ① :

1) باستعمال الآلة الحاسبة، أتمم ملأ الجدول أسفله

$\frac{81}{49}$	0,64	1,44	1	0	x
$\frac{9}{7}$	$\frac{4}{5}=0,8$	12	1	0	$\sqrt{x}$

2) أتمم الفراغ بالعدد الخاسب.

* $(3)^2 = 9$ * $(\sqrt{7})^2 = 7$ * $\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$
* $(\sqrt{5})^2 = 5$ * $\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$ * $\left(\frac{-1}{2}\right)^2 = \frac{1}{64}$

2) تعريف :

a عدد حقيقي موجب

الجذر المربع للعدد a هو العدد الحقيقي الموجب الذي مربعه a ويكتب $\sqrt{a}$

نتيجة : لكل عدد حقيقي موجب.

$$\boxed{(\sqrt{a})^2 = a} \quad , \quad \boxed{\sqrt{a^2} = a}$$

3) أمثلة :

* $\sqrt{0} = 0$ لأن $0^2 = 0$
* $\sqrt{1} = 1$ لأن $1^2 = 1$
* $\sqrt{9} = 3$ لأن : $3^2 = 9$
* $\sqrt{49} = 7$ لأن $7^2 = 49$
* $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ لأن : $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

* ملاحظة هامة : $\sqrt{a}$ لا معنى فقط إذا كان $a \geq 0$

أمثلة للحفظ :

* $\sqrt{0} = 0$ * $\sqrt{1} = 1$ * $\sqrt{4} = 2$
* $\sqrt{9} = 3$ * $\sqrt{16} = 4$ * $\sqrt{25} = 5$
* $\sqrt{49} = 7$ * $\sqrt{64} = 8$ * $\sqrt{81} = 9$
* $\sqrt{100} = 10$ * $\sqrt{121} = 11$ * $\sqrt{144} = 12$
* $\sqrt{169} = 13$ * $\sqrt{196} = 14$ * $\sqrt{225} = 15$
* $\sqrt{256} = 16$ * $\sqrt{289} = 17$ * $\sqrt{324} = 18$
* $\sqrt{361} = 19$ * $\sqrt{400} = 20$

4) تمرين تطبيقي : تمرين 38 ص 95

* $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$
* $\sqrt{10000} = \sqrt{100^2} = 100$
* $\sqrt{6400} = \sqrt{64 \times 100} = \sqrt{8^2 \times 10^2} = \sqrt{(8 \times 10)^2} = 80$
* $\sqrt{0,36} = \sqrt{\frac{36}{100}} = \sqrt{\left(\frac{6}{10}\right)^2} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$
* $\sqrt{\frac{49}{25}} = \sqrt{\left(\frac{7}{5}\right)^2} = \frac{7}{5}$
* $\sqrt{\frac{9}{100}} = \sqrt{\left(\frac{3}{10}\right)^2} = \frac{3}{10}$

3) مربع جذر مربع عدد حقيقي موجب :

أ - خاصية :

a عدد حقيقي :

1/ إذا كان $a \geq 0$ فإن : $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2 = a$

2/ إذا كان $a \leq 0$ فإن : $\sqrt{a^2} = (\sqrt{-a})^2 = -a$

ب - أمثلة :

* $\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}$ * $\sqrt{\frac{11}{5}^2} = \frac{11}{5}$ * $\sqrt{(-3)^2} = 3$
* $\sqrt{\sqrt{9}^2} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$ * $\sqrt{(-7)^2} = 7$

ج - تمرين تطبيقي :

بسط ما يلي :

* $\sqrt{\sqrt{16}}$ * $\sqrt{(3+\sqrt{2})^2}$
* $\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{7}^2}$ * $\sqrt{\sqrt{5}^2}^2$
* $\sqrt{7+\sqrt{2}^2}$ * $\sqrt{(-7-\sqrt{5})^2}$

الحل :

* $\sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt{\sqrt{4^2}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$
* $\sqrt{(3+\sqrt{2})^2} = 3+\sqrt{2}$
* $\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{7}^2} = \frac{\sqrt{2}}{7}$
* $\sqrt{\sqrt{5}^2}^2 = \sqrt{5}^2 = 5$
* $\sqrt{7+\sqrt{2}^2} = \sqrt{7+2} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$
* $\sqrt{(-7-\sqrt{5})^2} = -(-7-\sqrt{5}) = 7+\sqrt{5}$

Talamid.ma للمزيد من الملفات تم بزيارة الموقع

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

II - حل المعادلة $x^2=a$

1) إذا كان $a>0$

المعادلة $x^2=a$ تكافئ على التوالي

$x^2-a=0$

$x^2-\sqrt{a}^2=0$

$(x-\sqrt{a})(x+\sqrt{a})=0$

$x-\sqrt{a}=0$ أو $x+\sqrt{a}=0$

$x=\sqrt{a}$ أو $x=-\sqrt{a}$

2) إذا كان $a=0$

المعادلة $x^2=a$ تكافئ على التوالي

$x^2=0$

$x=0$

المعادلة تقبل حلا وحيدا هو 0

3) إذا كان $a<0$

المعادلة $x^2=a$ ليس لها حل

خلاصة

حلول المعادلة $x^2=a$		
	* إذا كان $a=0$	فإن المعادلة تقبل حلا وحيدا هو $x=0$
	* إذا كان $a>0$	فإن المعادلة تقبل حلين مختلفين هما $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$
	* إذا كان $a<0$	فإن المعادلة ليس لها حل.

* تمرين تطبيقي:

حل المعادلات التالية:

* $-13+x^2=-4$
* $2x^2=6$
* $2(x^2-1)=-2$
* $3x^2+15=3$

* الحل:

المعادلة $2x^2=6$ تكافئ على التوالي

$x^2=\frac{6}{2}$

$x^2=3$

$x=-\sqrt{3}$ أو $x=\sqrt{3}$

إذن حلا هذه المعادلة هما $\sqrt{3}$ و $-\sqrt{3}$

* المعادلة $-13+x^2=-4$ تكافئ على التوالي

$x^2=-4+13$

$x^2=9$

$x=-\sqrt{9}=-3$ أو $x=\sqrt{9}=3$

إذن حلا هذه المعادلة هما العددان 3 و -3

* المعادلة $2(x^2-1)=-2$ تكافئ على التوالي

$2x^2-2=-2$

$2x^2=-2+2$

$2x^2=0$

$x^2=0$

$x=0$

إذن هذه المعادلة تقبل حلا وحيدا هو العدد 0

III - العمليات على الجذور التربيعية:

1) الجذر التربيعي لعدد موجب

أ - خاصية ①:

a و b عددان حقيقيان موجبان لدينا: $\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$

* أمثلة:

* $\sqrt{2}\times\sqrt{6}=\sqrt{2\times 6}=\sqrt{12}$
* $\sqrt{3}\times\sqrt{12}=\sqrt{3\times 12}=\sqrt{36}=6$
* $\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}=\sqrt{2\times 3\times 5}=\sqrt{30}$
* $\sqrt{125}=\sqrt{25\times 5}=\sqrt{25}\times\sqrt{5}=5\sqrt{5}$

ب - خاصية ②:

a و b عددان حقيقيان موجبان لدينا:

$\sqrt{a^2\times b}=a\sqrt{b}$

* أمثلة:

* $\sqrt{3^2\times 11}=3\sqrt{11}$
* $\sqrt{25\times 7}=\sqrt{5^2\times 7}=5\sqrt{7}$
* $\sqrt{8}=\sqrt{2^2\times 2}=2\sqrt{2}$
* $\sqrt{3^2\times 7}\times\sqrt{2^2\times 3}=3\sqrt{7}\times 2\sqrt{3}=3\times 2\sqrt{7\times 3}=6\sqrt{21}$

* تقنيات وعبارات:

① التفكيك:

لتبسيط $\sqrt{180}$ ، من أجل ذلك نفكك 180 إلى جداء عوامل أولية

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

إذن: $180=2^2\times 3^2\times 5$

وهذا يعني: $\sqrt{180}=\sqrt{2^2\times 3^2\times 5}$

$=2\times 3\times\sqrt{5}$

وبالتالي فإن: $\boxed{\sqrt{180}=6\sqrt{5}}$

② الجذور التربيعية والحوكمة:

لتبسيط ما يلي: $A=\sqrt{5^6}$ ، $B=\sqrt{7^5}$

$A=\sqrt{5^6}=\sqrt{5^{3\times 2}}=5^3=125$

$B=\sqrt{7^5}=\sqrt{7^4\times 7}=\sqrt{7^{2\times 2}\times 7}=7^2\times\sqrt{7}=49\sqrt{7}$

Talamid.ma للمزيد من الملفات تم بزيارة الموقع

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

* $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$
* $\sqrt{\frac{3}{25}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{3}}{5}$
* $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15}{5}} = \sqrt{3}$

أمثلة :

ب - خاصية ②

لكل عددين حقيقيين a و b حيث $b \neq 0$ و b موجب

$$\sqrt{\frac{1}{b}} = \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{b}}{b} \quad ، \quad \frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

أمثلة :

* $\sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4}$
* $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
* $\sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$
* $\sqrt{\frac{7}{5}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{7}\times\sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{35}}{5}$

3) إزالة الجذر المربع في المقام :

أ - الحالة ① : المقام يحتوي على جذر تربيعي واحد فقط

* $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}^2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$
* $\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{5\times 2} = \frac{\sqrt{6}}{10}$
* $\frac{2+\sqrt{7}}{3\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{11}(2+\sqrt{7})}{3\times 11} = \frac{2\sqrt{11}+\sqrt{77}}{33}$

ب - الحالة ② : المقام يحتوي على مجموع أو فرق

تعريف : المرافق

ليكن a و b عددين حقيقيين موجبين قطعا.

مرافق $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ هو $\sqrt{a}+\sqrt{b}$

ومرافق $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ هو $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

أو نقول أن العددين $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ و $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ مترافقان

ولدينا : $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b}) = \sqrt{a}^2 - \sqrt{b}^2 = a-b$

أمثلة :

* $\frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} = \frac{3(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{(\sqrt{2}+\sqrt{5})(\sqrt{2}-\sqrt{5})}$
$= \frac{3(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{\sqrt{2}^2-\sqrt{5}^2} = \frac{3(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{2-5}$
$= \frac{3(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{-3}$
$= -(\sqrt{2}-\sqrt{5})$
$= \sqrt{5}-\sqrt{2}$

3

تمرين تطبيقي :

بسط واحسب ما يلي :

$a = \sqrt{\sqrt{3^4}\times 5^2 \times 2^7}$

$b = \sqrt{2^2+3^2+6^2}$

$c = (3\sqrt{2}+\sqrt{5})(3\sqrt{2}-\sqrt{5})$

$d = \sqrt{25}+\sqrt{81}-2\sqrt{9}$

$e = \sqrt{96}+2\sqrt{24}-3\sqrt{54}$

الحل :

$a = \sqrt{\sqrt{3^4}\times 5^2 \times 2^7}$
$= \sqrt{\sqrt{3^2}^2 \times 5^2 \times 2^6 \times 2}$
$= \sqrt{3^2\times 5^2 \times (2^3)^2 \times 2}$
$= 3\times 5 \times 2^3 \times \sqrt{2}$

$\boxed{a = 120\sqrt{2}}$

$b = \sqrt{2^2+3^2+6^2}$
$= \sqrt{4+9+36}$
$= \sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7$

$c = (3\sqrt{2}+\sqrt{5})(3\sqrt{2}-\sqrt{5})$
$= (3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2$
$= 9\times 2 - 5 = 18-5$

$\boxed{c = 13}$

$d = \sqrt{25}+\sqrt{81}-2\sqrt{9}$
$= \sqrt{5^2}+\sqrt{9^2}-2\sqrt{3^2}$
$= 5+9-2\times 3$
$= 14-6$

$\boxed{d = 8}$

$e = \sqrt{96}+2\sqrt{24}-3\sqrt{54}$
$= \sqrt{16\times 6}+2\sqrt{4\times 6}-3\sqrt{9\times 6}$
$= \sqrt{4^2\times 6}+2\sqrt{2^2\times 6}-3\sqrt{3^2\times 6}$
$= 4\sqrt{6}+2\times 2\sqrt{6}-3\times 3\sqrt{6}$
$= 4\sqrt{6}+4\sqrt{6}-9\sqrt{6}$
$= (4+4-9)\sqrt{6}$

$\boxed{e = -\sqrt{6}}$

2) الجذر المربع والقسمة :

أ - خاصية ①

لكل عددين حقيقيين a و b حيث $b \neq 0$ و b موجب

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Talamid.ma للمزيد من الملفات تم بزيارة الموقع
Réalisé par : Mr BENMASSER Jamal