

تصحيح الفرض الثالث النموذج 3 للدورة الأولى

التمرين الأول :

✓ لنحسب AC :

ABC مثلث قائم الزاوية في B

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 2^2 + 1^2$$

$$AC^2 = 5$$

$$AC = \sqrt{5}$$

✓ لنحسب AD :

ADC مثلث قائم الزاوية في C

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$$AD^2 = AC^2 + DC^2$$

$$AD^2 = \sqrt{5}^2 + 3^2$$

$$AD^2 = 5 + 9$$

$$AD^2 = 14$$

$$AD = \sqrt{14}$$

إذن P محيط الرباعي $ABCD$ هو :

$$P = AB + BC + CD + DA$$

$$= 2 + 1 + 3 + \sqrt{14}$$

$$= 6 + \sqrt{14}$$

التمرين الثاني :

(1) بين أن المثلث OMN قائم الزاوية في O :

$$MN^2 = 40^2 = 1600$$

$$OM^2 = 32^2 = 1024$$

$$ON^2 = 24^2 = 576$$

إذن الوتر هو MN لأنه أكبر ضلع

$$OM^2 + ON^2 = 1024 + 576 = 1600 \text{ لدينا}$$

$$OM^2 + ON^2 = MN^2 \text{ إذن}$$

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن

المثلث OMN قائم الزاوية في O

(2) أحسب OB و AB :

لدينا في المثلث OMN : $(AB) // (MN)$

و $B \in (OM)$ و $A \in (ON)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن :

$$\frac{OA}{ON} = \frac{OB}{OM} = \frac{AB}{MN}$$

✓ لنحسب OB :

$$\frac{15}{24} = \frac{OB}{32}$$

$$OB = \frac{32 \times 15}{24} = 20 \text{ إذن}$$

✓ لنحسب AB :

$$\frac{15}{24} = \frac{AB}{40}$$

$$AB = \frac{40 \times 15}{24} = 25 \text{ إذن}$$

(3) بين أن $(OM) // (AL)$:

$$\frac{NO}{NA} = \frac{24}{39} = \frac{3 \times 8}{3 \times 13} = \frac{8}{13}$$

ولدينا

$$\frac{NM}{NL} = \frac{40}{65} = \frac{5 \times 8}{5 \times 13} = \frac{8}{13}$$

و

$$\frac{NO}{NA} = \frac{NM}{NL} \text{ إذن}$$

وبما أن النقط المستقيمة N و O و A في نفس

ترتيب النقط المستقيمة N و M و L

إذن حسب مبرهنة طاليس العكسية فإن :

وبالتالي $(OM) // (AL)$

التمرين الثالث :

(1) أ) بين أن $\cos \alpha = \frac{1}{3}$:

$$\tan \alpha = 3 \sin \alpha$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 3 \sin \alpha$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} = 3 \cos \alpha$$

$$1 = 3 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{3}$$

ب) أحسب $\sin \alpha$ و $\tan \alpha$ ✓
لنحسب $\sin \alpha$:

نعلم أن $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \sin^2 x = 1$$

$$\frac{1}{9} + \sin^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = 1 - \frac{1}{9}$$

$$\sin^2 x = \frac{8}{9}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{9}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

✓ لنحسب $\tan \alpha$:

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{1}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

(2) أ) بين أن $1 + \frac{1}{\tan^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$

$$1 + \frac{1}{\tan^2 x} = 1 + \frac{1}{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = 1 + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}$$

$$= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$$

ب) استنتج تبسيطاً للعدد :

$$X = (1 + \cos x)(1 - \cos x) \left(1 + \frac{1}{\tan^2 x}\right)$$

$$X = (1^2 - \cos^2 x) \left(\frac{1}{\sin^2 x}\right)$$

$$= (1 - \cos^2 x) \left(\frac{1}{\sin^2 x}\right)$$

$$= (\sin^2 x) \left(\frac{1}{\sin^2 x}\right)$$

$$= 1$$

(3) بسط العدد :

$$Y = \cos^2 47^\circ + \tan 32^\circ \times \tan 58^\circ + \cos^2 43^\circ$$

$$Y = \cos^2 47^\circ + \cos^2 43^\circ + \tan 32^\circ \times \tan 58^\circ$$

$$Y = \sin^2 43^\circ + \cos^2 43^\circ + \frac{1}{\tan 58^\circ} \times \tan 58^\circ$$

$$Y = 1 + 1 = 2$$

التمرين الرابع :

أحسب $\widehat{OAC}$ و $\widehat{AOC}$ و $\widehat{ACB}$

✓ نحسب $\widehat{ACB}$:

لدينا $\widehat{AOB}$ زاوية مركزية مرتبطة بالزاوية المحيطية

$$\widehat{ACB} = \frac{1}{2} \times \widehat{AOB} \quad \text{إذن}$$

$$\widehat{ACB} = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$$

✓ نحسب $\hat{AOC}$:

لدينا $\hat{BOC}$ زاوية مستقيمة إذن $\hat{BOC} = 180^\circ$

$$\hat{AOB} + \hat{AOC} = 180^\circ \text{ إذن}$$

$$40^\circ + \hat{AOC} = 180^\circ$$

$$\hat{AOC} = 180^\circ - 40^\circ$$

$$\hat{AOC} = 140^\circ$$

✓ نحسب $\hat{OAC}$:

لدينا المثلث OAC متساوي الساقين في O

لأن الشعاع $OA = OC$

$$\hat{OAC} = \hat{OCA} \text{ إذن}$$

وبما أن مجموع زوايا مثلث هو : 180°

$$\hat{OAC} + \hat{OCA} + \hat{AOC} = 180^\circ \text{ إذن}$$

$$2\hat{OAC} + 140^\circ = 180^\circ$$

$$2\hat{OAC} = 180^\circ - 140^\circ$$

$$2\hat{OAC} = 40^\circ$$

$$\hat{OAC} = 20^\circ$$