



تصحيح الفرض المحروس 3 في مادة الرياضيات الابتدائية

أستاذ المادة: يوسف ادحوم

التمرين الأول: 9 نقاط

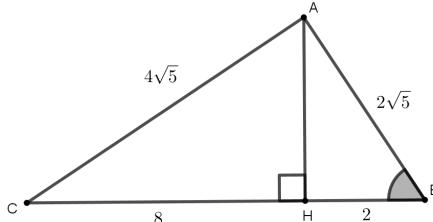


نعتبر الشكل التالي بحيث: $AC = 4\sqrt{5}$, $BC = 10$, $CH = 8$, $BH = 2$ و $AB = 2\sqrt{5}$.

[2 ن]

[2 ن]

[3 ن]



أحسب المسافة AH

1

بين أن المثلث ABC قائم الزاوية.

2

أحسب النسب المثلثية للزاوية الحادة $A\hat{B}C$

3

لتكن النقطة L المسقط العمودي للنقطة H على المستقيم (AB) .

4

لدينا المثلث ABH قائم الزاوية في H وحسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة،

$$AH^2 + BH^2 = AB^2 \quad \text{يعني} \quad AH^2 + 2^2 = (2\sqrt{5})^2 \quad \text{يعني} \quad AH^2 = 20 - 4 = 16$$

$$\boxed{AH = 4}$$

حساب المسافة AH

1

لدينا المثلث ABC قائم الزاوية في H وحسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة،

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$AB^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

$$\boxed{AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}}$$

لنبين أن المثلث ABC قائم الزاوية.

2

لدينا أطوال أضلاع المثلث ABC هي: $AB = 2\sqrt{5}$, $AC = 4\sqrt{5}$ و $BC = 10$.

$$AB^2 + AC^2 = (2\sqrt{5})^2 + (4\sqrt{5})^2 = 40 + 80 = 120$$

$$BC^2 = 10^2 = 100$$

$$\boxed{AB^2 + AC^2 = BC^2}$$

و لدينا: $AB^2 + AC^2 = BC^2$ يعني أن ABC قائم الزاوية في A .

$$\boxed{AB^2 + AC^2 = BC^2}$$

لنبين أن المثلث ABC قائم الزاوية.

3

حساب النسب المثلثية للزاوية الحادة $A\hat{B}C$

$$\tan(A\hat{B}C) = \frac{AC}{AB} = \frac{4\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = 2$$

$$\sin(A\hat{B}C) = \frac{AC}{BC} = \frac{4\sqrt{5}}{10}$$

$$\cos(A\hat{B}C) = \frac{AB}{BC} = \frac{2\sqrt{5}}{10}$$

لتكن النقطة L المسقط العمودي للنقطة H على المستقيم (AB) .

4

لنبين أن: $LH = 2 \times \sin(A\hat{B}H)$

لدينا المثلث HLB قائم الزاوية في L وحسب مبرهنة فيتاغورس في المثلث HLB ،

$$LBH = LBH \quad \text{و بما أن:} \quad LH = 2 \times \sin(LBH) \quad \text{ومنه:} \quad \sin(LBH) = \frac{LH}{BH} = \frac{LH}{2}$$

$$\boxed{LH = 2 \times \sin(A\hat{B}H)} \quad \text{ومنه:} \quad \sin(LBH) = \sin(A\hat{B}H)$$

• استنتاج المسافة LH

$$LH = 2 \times \sin(A\hat{B}H) \quad \text{لدينا:} \quad A\hat{B}H = A\hat{B}C \quad \text{و بما أن:}$$

$$\boxed{LH = 2 \times \sin(A\hat{B}C) = 2 \times \frac{4\sqrt{5}}{10} = \frac{4\sqrt{5}}{5}} \quad \text{ومنه:} \quad \sin(A\hat{B}H) = \sin(A\hat{B}C) \quad \text{فإن:}$$



[ن 1] بسط : 1

$$X = \sin(33^\circ) - \cos(57^\circ) + \tan(20^\circ) \times \tan(70^\circ)$$

[ن 1] 1

$$Y = \sin^2(73^\circ) + 2\cos^2(72^\circ) + \sin^2(17^\circ) + 2\cos^2(18^\circ)$$

ليكن x قياس زاوية حادة غير منعدمة، بحيث : 2

[ن 3] أحسب : $\tan(x)$ و $\sin(x)$

ليكن y قياس زاوية حادة غير منعدمة : 3

[ن 2] بين أن :
$$\frac{[\cos(y) + \sin(y)]^2 - 1}{1 - \cos^2(y)} = \frac{2}{\tan(y)}$$

الجواب :

التبسيط : 1

$$X = \sin(33^\circ) - \cos(57^\circ) + \tan(20^\circ) \times \tan(70^\circ)$$

$$X = \sin(33^\circ) - \sin(33^\circ) + \tan(20^\circ) \times \frac{1}{\tan(20^\circ)}$$

$$X = 0 + 1 = 1$$

$$Y = \sin^2(73^\circ) + 2\cos^2(72^\circ) + \sin^2(17^\circ) + 2\cos^2(18^\circ)$$

$$Y = \sin^2(73^\circ) + \sin^2(17^\circ) + 2\cos^2(72^\circ) + 2\cos^2(18^\circ)$$

$$Y = \sin^2(73^\circ) + \cos^2(73^\circ) + 2\cos^2(72^\circ) + 2\sin^2(72^\circ)$$

$$Y = 1 + 2 = 3$$

ليكن x قياس زاوية حادة غير منعدمة، بحيث : 2
حساب : $\sin(x)$

$\sin^2(x) + \frac{4}{25} = 1$ يعني أن : $\sin^2(x) + \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 1$ يعني أن : $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ لدينا : $\sin^2(x) = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$ يعني أن :

$$\sin(x) = \sqrt{\frac{21}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5} \quad \text{فإن : } \sin(x) > 0 \quad \text{وبما أن : } \sin^2(x) = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$$

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \frac{\frac{\sqrt{21}}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{21}}{2} \quad \text{حساب : } \tan(x) .$$

ليكن y قياس زاوية حادة غير منعدمة : 3

$$\frac{[\cos(y) + \sin(y)]^2 - 1}{1 - \cos^2(y)} = \frac{2}{\tan(y)} \quad \text{لنبين أن :}$$

$$\frac{[\cos(y) + \sin(y)]^2 - 1}{1 - \cos^2(y)} = \frac{\cos^2(y) + 2\cos(y)\sin(y) + \sin^2(y) - 1}{\sin^2(y)} = \frac{2\cos(y)\sin(y) + \cos^2(y) + \sin^2(y) - 1}{\sin^2(y)}$$

$$= \frac{2\cos(y)\sin(y) + 1 - 1}{\sin^2(y)} = \frac{2\cos(y)\sin(y)}{\sin^2(y)} = \frac{2\cos(y)\sin(y)}{\sin(y)\sin(y)} = \frac{2\cos(y)}{\sin(y)} = \frac{2}{\tan(y)}$$

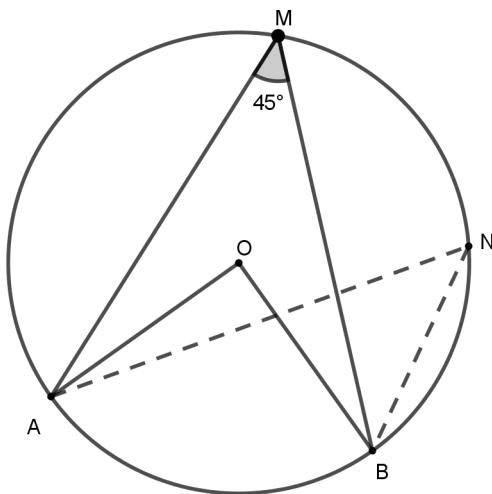
التمرين الثالث: 4 نقاط



[1,5 ن]

[1,5 ن]

[1 ن]



نعتبر الشكل جانبه، بحيث النقطة O مركز الدائرة .

$\widehat{AMB} = 45^\circ$ و M و B نقط من الدائرة بحيث

نقطة من القوس الصغير \widehat{BM} (أنظر الشكل)

حدد قياس الزاوية \widehat{ANB} ، معللا جوابك.

2 بين أن : $A\widehat{OB} = 90^\circ$

استنتج أن المثلث AOB قائم الزاوية ومتتساوي الساقين.

الجواب :

1 تحديد قياس الزاوية \widehat{ANB}

لدينا الزاویتان \widehat{AB} و \widehat{AMB} محيطيتان تحصران نفس القوس

إذن : $\widehat{ANB} = \widehat{AMB} = 45^\circ$

2 لتبين أن : $A\widehat{OB} = 90^\circ$

لدينا الزاوية المركبة $A\widehat{OB}$ لأنها تحصران نفس القوس \widehat{AB} مرتبطة بالزاوية المركبة \widehat{AMB} لأنهما تحصران نفس القوس

إذن : $A\widehat{OB} = 2 \times \widehat{AMB} = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$

3 استنتاج أن المثلث قائم الزاوية و ABM متتساوي الساقين.

لدينا : $A\widehat{OB} = 90^\circ$ إذن المثلث AOB قائم الزاوية في O

و بما أن : $OA = OB$ لأن النقطتين A و B تنتهيان للدائرة التي مرر بها O

فإن المثلث AOB متتساوي الساقين في O

وبالتالي وبالتالي المثلث AOB قائم الزاوية ومتتساوي الساقين في O