

## تصحيح الفرض المحروس 3 في مادة الرياضيات الدورة الأولى

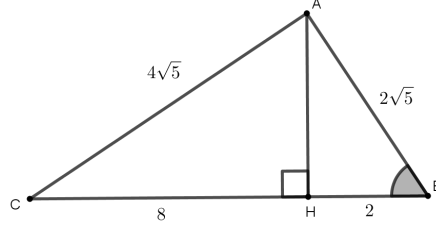
المدة : ...

أستاذ المادة : يوسف ادحوم

### التمرين الأول : 9 نقاط



نعتبر الشكل التالي بحيث :  $AB = 2\sqrt{5}$  و  $BH = 2$  و  $CH = 8$  و  $BC = 10$  و  $AC = 4\sqrt{5}$



[2 ن]

1 أحسب المسافة  $AH$

[2 ن]

2 بين أن المثلث  $ABC$  قائم الزاوية.

[3 ن]

3 أحسب النسب المثلثية للزاوية الحادة  $\widehat{ABC}$

4 لتكن النقطة  $L$  المسقط العمودي للنقطة  $H$  على المستقيم  $(AB)$ .

[2 ن]

بين أن :  $LH = 2 \times \sin(\widehat{ABH})$  ثم استنتج المسافة  $LH$

الجواب :

1 حساب المسافة  $AH$

لدينا المثلث  $ABH$  قائم الزاوية في  $H$  وحسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة،

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \quad \text{يعني} \quad (2\sqrt{5})^2 = AH^2 + 2^2 \quad \text{يعني} \quad 20 = AH^2 + 4 \quad \text{إذن} \quad AH^2 = 16$$

$$\boxed{AH = 4} \quad \text{وبالتالي}$$

2 لنبين أن المثلث  $ABC$  قائم الزاوية.

لدينا أطوال أضلاع المثلث  $ABC$  هي :  $AB = 2\sqrt{5}$  و  $AC = 4\sqrt{5}$  و  $BC = 10$

إذن أطول ضلع هو الضلع  $[BC]$  يعني أن  $BC^2 = 10^2 = 100$

$$AB^2 + AC^2 = (2\sqrt{5})^2 + (4\sqrt{5})^2 = 80 + 20 = 100$$

ولدينا :  $BC^2 = AB^2 + AC^2$  إذن : ومنه حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية المثلث  $ABC$  قائم الزاوية في النقطة  $A$

3 حساب النسب المثلثية للزاوية الحادة  $\widehat{ABC}$

$$\tan(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{AB} = \frac{4\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = 2$$

$$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{BC} = \frac{4\sqrt{5}}{10}$$

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{CB} = \frac{2\sqrt{5}}{10}$$

4 لتكن النقطة  $L$  المسقط العمودي للنقطة  $H$  على المستقيم  $(AB)$ .

$$LH = 2 \times \sin(\widehat{ABH}) \quad \text{لنبين أن :}$$

لدينا  $L$  المسقط العمودي للنقطة  $A$  على المستقيم  $(BC)$  يعني أن المثلث  $HLB$  قائم الزاوية في  $L$

$$\text{إذن :} \quad \sin(\widehat{LBH}) = \frac{LH}{BH} = \frac{LH}{2} \quad \text{ومنه :} \quad LH = 2 \times \sin(\widehat{LBH}) \quad \text{وبما أن :} \quad \widehat{LBH} = \widehat{ABH}$$

$$\text{فإن :} \quad \sin(\widehat{LBH}) = \sin(\widehat{ABH}) \quad \text{ومنه :} \quad LH = 2 \times \sin(\widehat{ABH})$$

• استنتج المسافة  $LH$

$$\text{لدينا :} \quad LH = 2 \times \sin(\widehat{ABH}) \quad \text{وبما أن :} \quad \widehat{ABH} = \widehat{ABC}$$

$$\text{فإن :} \quad \sin(\widehat{ABH}) = \sin(\widehat{ABC}) \quad \text{ومنه :} \quad LH = 2 \times \sin(\widehat{ABC}) = 2 \times \frac{4\sqrt{5}}{10} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

1 بسط :  $X = \sin(33^\circ) - \cos(57^\circ) + \tan(20^\circ) \times \tan(70^\circ)$  [1 ن]

1 ن  $Y = \sin^2(73^\circ) + 2\cos^2(72^\circ) + \sin^2(17^\circ) + 2\cos^2(18^\circ)$

2 ليكن  $x$  قياس زاوية حادة غير منعدمة، بحيث :  $\cos(x) = \frac{2}{5}$  [2 ن]

أحسب :  $\sin(x)$  و  $\tan(x)$  [3 ن]

3 ليكن  $y$  قياس زاوية حادة غير منعدمة :

بين أن :  $\frac{[\cos(y) + \sin(y)]^2 - 1}{1 - \cos^2(y)} = \frac{2}{\tan(y)}$  [2 ن]

الجواب :

1 التبسيط :

$$X = \sin(33^\circ) - \cos(57^\circ) + \tan(20^\circ) \times \tan(70^\circ)$$

$$X = \sin(33^\circ) - \sin(33^\circ) + \tan(20^\circ) \times \frac{1}{\tan(20^\circ)}$$

$$X = 0 + 1 = 1$$

$$Y = \sin^2(73^\circ) + 2\cos^2(72^\circ) + \sin^2(17^\circ) + 2\cos^2(18^\circ)$$

$$Y = \sin^2(73^\circ) + \sin^2(17^\circ) + 2\cos^2(72^\circ) + 2\cos^2(18^\circ)$$

$$Y = \sin^2(73^\circ) + \cos^2(73^\circ) + 2\cos^2(72^\circ) + 2\sin^2(72^\circ)$$

$$Y = 1 + 2 = 3$$

2 ليكن  $x$  قياس زاوية حادة غير منعدمة، بحيث :  $\cos(x) = \frac{2}{5}$  [2 ن]

حساب :  $\sin(x)$

لدينا :  $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$  يعني أن :  $\sin^2(x) + \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 1$  يعني أن :  $\sin^2(x) + \frac{4}{25} = 1$

يعني أن :  $\sin^2(x) = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$  وبما أن :  $\sin(x) > 0$  فإن :  $\sin(x) = \sqrt{\frac{21}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \frac{\frac{\sqrt{21}}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

• حساب :  $\tan(x)$

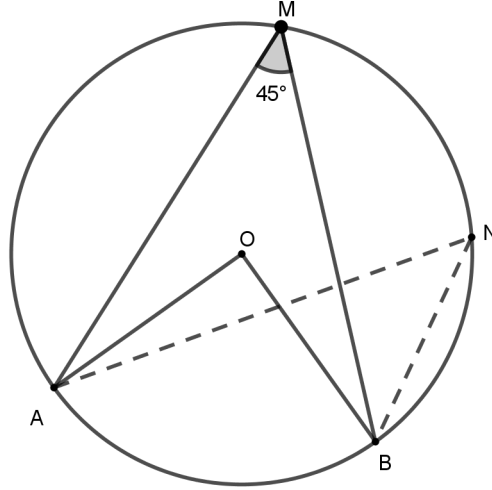
3 ليكن  $y$  قياس زاوية حادة غير منعدمة :

لنبين أن :  $\frac{[\cos(y) + \sin(y)]^2 - 1}{1 - \cos^2(y)} = \frac{2}{\tan(y)}$

$$\frac{[\cos(y) + \sin(y)]^2 - 1}{1 - \cos^2(y)} = \frac{\cos^2(y) + 2\cos(y)\sin(y) + \sin^2(y) - 1}{\sin^2(y)} = \frac{2\cos(y)\sin(y) + \cos^2(y) + \sin^2(y) - 1}{\sin^2(y)}$$

$$= \frac{2\cos(y)\sin(y) + 1 - 1}{\sin^2(y)} = \frac{2\cos(y)\sin(y)}{\sin^2(y)} = \frac{2\cos(y)\sin(y)}{\sin(y)\sin(y)} = \frac{2\cos(y)}{\sin(y)} = \frac{2}{\tan(y)}$$

التمرين الثالث: 4 نقاط



[1,5 ن]

[1,5 ن]

[1 ن]

نعتبر الشكل جانبه، بحيث النقطة  $O$  مركز الدائرة .

$A$  و  $M$  و  $B$  نقط من الدائرة بحيث  $\widehat{AMB} = 45^\circ$

$N$  نقطة من القوس الصغير  $\widehat{BM}$  (أنظر الشكل)

1 حدد قياس الزاوية  $\widehat{ANB}$ ، معللا جوابك.

2 بين أن :  $\widehat{AOB} = 90^\circ$

3 استنتج أن المثلث  $AOB$  قائم الزاوية ومتساوي الساقين.

الجواب :

1 تحديد قياس الزاوية  $\widehat{ANB}$

لدينا الزاويتان  $\widehat{ANB}$  و  $\widehat{AMB}$  محيطيتان تحصران نفس القوس  $\widehat{AB}$

إذن :  $\widehat{ANB} = \widehat{AMB} = 45^\circ$

2 لنبين أن :  $\widehat{AOB} = 90^\circ$

لدينا الزاوية المحيطية  $\widehat{AMB}$  مرتبطة بالزاوية المركزية  $\widehat{AOB}$  لأنهما تحصران نفس القوس  $\widehat{AB}$

إذن :  $\widehat{AOB} = 2 \times \widehat{AMB} = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$

3 استنتج أن المثلث قائم الزاوية و  $ABM$  متساوي الساقين.

لدينا :  $\widehat{AOB} = 90^\circ$  إذن المثلث  $AOB$  قائم الزاوية في  $O$

وبما أن :  $OA = OB$  لأن النقطتين  $A$  و  $B$  تنتميان للدائرة التي مركزها  $O$

فإن المثلث  $AOB$  متساوي الساقين في  $O$

وبالتالي المثلث  $AOB$  قائم الزاوية ومتساوي الساقين في  $O$