

التصحيح

تمرين 1

(1) لنبسط C

$$C = \frac{10^5 \times 4 \times (10^2)^{-4} \times 3^3}{(2 \times 5)^6} \text{ لدينا :}$$

$$C = \frac{10^5 \times 4 \times 10^{-8} \times 27}{(10)^6}$$

$$C = \frac{10^{5-8} \times 4 \times 27}{10^6}$$

$$C = \frac{10^{-3} \times 108}{10^6}$$

$$C = \frac{10^{-3}}{10^6} \times 108$$

$$C = 10^{-3-6} \times 108$$

$$C = 108 \times 10^{-9} \text{ إذن}$$

(2) لنكتب C كتابة علمية

$$C = 108 \times 10^{-9} \text{ لدينا}$$

$$C = 108,0 \times 10^{-9}$$

$$C = 1,080 \times 10^2 \times 10^{-9}$$

$$C = 1,080 \times 10^{-7} \text{ إذن}$$

تمرين 2

(1) لننشر A

$$A = (3x - 1)(3x + 1) \text{ لدينا}$$

$$A = (3x)^2 - 1^2$$

$$A = 3^2 x^2 - 1$$

$$A = 9x^2 - 1 \text{ إذن}$$

(2) لنعمل B

$$B = 16x^2 - 5 \text{ لدينا}$$

$$B = 4^2 x^2 - \sqrt{5}^2$$

$$B = (4x)^2 - \sqrt{5}^2$$

$$B = (4x - \sqrt{5})(4x + \sqrt{5}) \text{ إذن}$$

تمرين 3

• لنحسب D

$$D = \sqrt{12} \times \sqrt{3} \text{ لدينا}$$

$$D = \sqrt{12 \times 3}$$

$$D = \sqrt{36}$$

$$D = \sqrt{6^2}$$

$$D = 6 \text{ إذن}$$

• لنحسب E
لدينا

$$E = \sqrt{2\sqrt{3} + 3} \times \sqrt{2\sqrt{3} - 3} \times \sqrt{3}$$

$$E = \sqrt{(2\sqrt{3} + 3) \times (2\sqrt{3} - 3)} \times \sqrt{3}$$

$$E = \sqrt{((2\sqrt{3})^2 - 3^2)} \times \sqrt{3}$$

$$E = \sqrt{(2^2 \times 3^2 - 3^2)} \times \sqrt{3}$$

$$E = \sqrt{(4 \times 3 - 3^2)} \times \sqrt{3}$$

$$E = \sqrt{(12 - 9)} \times \sqrt{3}$$

$$E = \sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$E = \sqrt{3^2}$$

$$E = 3 \text{ إذن}$$

• لنحسب F
لدينا

$$F = \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} + \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$$

$$F = \frac{(2 - \sqrt{2}) \times (2 - \sqrt{2})}{(2 + \sqrt{2}) \times (2 - \sqrt{2})} + \frac{(2 + \sqrt{2}) \times (2 + \sqrt{2})}{(2 - \sqrt{2}) \times (2 + \sqrt{2})}$$

$$F = \frac{(2 - \sqrt{2})^2}{(2^2 - \sqrt{2}^2)} + \frac{(2 + \sqrt{2})^2}{(2^2 - \sqrt{2}^2)}$$

$$F = \frac{(2^2 - 4\sqrt{2} + 2)}{(4 - 2)} + \frac{(2^2 + 4\sqrt{2} + 2)}{(4 - 2)}$$

$$F = \frac{(4 - 4\sqrt{2} + 2)}{2} + \frac{(4 + 4\sqrt{2} + 2)}{2}$$

$$F = \frac{(6 - 4\sqrt{2}) + (6 + 4\sqrt{2})}{2}$$

$$F = \frac{6 - 4\sqrt{2} + 6 + 4\sqrt{2}}{2}$$

$$F = \frac{12}{2}$$

إذن **F = 6**

تمرين 4

أ. لنؤطر $3x + y$

لدينا $-4 \leq x \leq -3$ و $2 \leq y \leq 3$
 إذن $-12 \leq 3x \leq -9$ و $2 \leq y \leq 3$
 وبالتالي $-12 + 2 \leq 3x + y \leq -9 + 3$

إذن **$-10 \leq 3x + y \leq -6$**

ب. لنؤطر $x^2 + y^2$

لدينا $-4 \leq x \leq -3$ و $2 \leq y \leq 3$

إذن $3 \leq -x \leq 4$ و $2 \leq y \leq 3$
 وبالتالي $3^2 \leq (-x)^2 \leq 4^2$ و $2^2 \leq y^2 \leq 3^2$

أي $9 \leq x^2 \leq 16$ و $4 \leq y^2 \leq 9$

إذن $9 + 4 \leq x^2 + y^2 \leq 16 + 9$

وبالتالي **$13 \leq x^2 + y^2 \leq 25$**

ج. لنؤطر xy

لدينا

$-4 \leq x \leq -3$ و $2 \leq y \leq 3$
 إذن $3 \leq -x \leq 4$ و $2 \leq y \leq 3$

وبالتالي $3 \times 2 \leq (-x) \times y \leq 4 \times 3$
أي $6 \leq -xy \leq 12$

إذن $6 \times (-1) \leq -xy \times (-1) \leq 12 \times (-1)$
أي $-12 \leq xy \leq -6$

د. لنؤطر $\frac{1-y}{y-5}$

لدينا $2 \leq y \leq 3$

إذن $-3 \leq -y \leq -2$

وبالتالي $2 - 5 \leq y - 5 \leq 3 - 5$ و $-3 + 1 \leq -y + 1 \leq -2 + 1$

أي $-3 \leq y - 5 \leq -2$ و $-2 \leq 1 - y \leq -1$

إذن $\frac{1}{-2} \leq \frac{1}{y-5} \leq \frac{1}{-3}$ و $-2 \leq 1 - y \leq -1$

وبالتالي $\frac{1}{3} \leq -\frac{1}{y-5} \leq \frac{1}{2}$ و $1 \leq -(1 - y) \leq 2$

إذن

$1 \times \frac{1}{3} \leq -(1 - y) \times \left(-\frac{1}{y-5}\right) \leq 2 \times \frac{1}{2}$

أي $1 \times \frac{1}{3} \leq \frac{1-y}{y-5} \leq 2 \times \frac{1}{2}$

إذن $\frac{1}{3} \leq \frac{1-y}{y-5} \leq 1$

تمرين 5

(1) لنبين أن المثلث ABC قائم الزاوية.

لدينا حسب المعطيات $AB = \sqrt{3} \text{ cm}$ و $AC = 2 \text{ cm}$ و $BC = 1 \text{ cm}$

إذن $AB^2 = \sqrt{3}^2 \text{ cm}^2$ و $AC^2 = 2^2 \text{ cm}^2$ و $BC^2 = 1^2 \text{ cm}^2$

أي $AB^2 = 3 \text{ cm}^2$ و $AC^2 = 4 \text{ cm}^2$ و $BC^2 = 1 \text{ cm}^2$

وبما أن $4 \text{ cm}^2 = 3 \text{ cm}^2 + 1 \text{ cm}^2$

فإن $AC^2 = AB^2 + BC^2$

إذن حسب مبرهنة بيتاغورس العكسية فإن المثلث ABC قائم الزاوية في الرأس B

(2) أ) لنستنتج حساب: $\sin \beta^\circ$

لدينا حسب جواب السؤال الأول ABC مثلث قائم الزاوية في الرأس B

إذن $\widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 90^\circ$

وبما أن $\widehat{ACB} = \beta^\circ$ و $\widehat{BAC} = \alpha^\circ$

فإن $\alpha^\circ + \beta^\circ = 90^\circ$

إذن $\sin \beta^\circ = \cos \alpha^\circ$

وحيث $\cos \alpha^\circ = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-1}$ فإن $\sin \beta^\circ = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-1}$ أي $\sin \beta^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(ب) لنحسب $\sin \alpha^\circ$ مستعملين: $\sin^2 \alpha^\circ + \cos^2 \alpha^\circ = 1$

لدينا α° قياس زاوية حادة (في المثلث ABC القائم الزاوية في الرأس B)

إذن $0 < \sin \alpha^\circ < 1$ و $\sin^2 \alpha^\circ + \cos^2 \alpha^\circ = 1$

$$\sin^2 \alpha^\circ + \left(\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{-1} \right)^2 = 1 \text{ أي}$$

$$\sin^2 \alpha^\circ + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = 1$$

$$\sin^2 \alpha^\circ + \frac{3}{4} = 1$$

إذن

$$\sin^2 \alpha^\circ = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\sin \alpha^\circ = -\sqrt{\frac{1}{4}} \text{ أو } \sin \alpha^\circ = \sqrt{\frac{1}{4}} \text{ وبالتالي}$$

$$\sin \alpha^\circ = \sqrt{\frac{1}{4}} \text{ حيث } 0 < \sin \alpha^\circ < 1 \text{ فإن}$$

$$\sin \alpha^\circ = \frac{1}{2} \text{ أي}$$

(ج) * لنحسب $\tan \alpha^\circ$

لدينا α° قياس زاوية حادة (في المثلث ABC القائم الزاوية في الرأس B)

$$\tan \alpha^\circ = \frac{\sin \alpha^\circ}{\cos \alpha^\circ} \text{ إذن}$$

$$\tan \alpha^\circ = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \text{ أي}$$

$$\tan \alpha^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$$

إذن

$$\tan \alpha^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

* لنحسب $\tan \beta^\circ$ مستعملين: المثلث ABC القائم الزاوية

لدينا حسب جواب السؤال الأول ABC مثلث قائم الزاوية في الرأس B

$$\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$\tan \beta^\circ = \sqrt{3} \text{ وبما أن } \widehat{ACB} = \beta^\circ \text{ فإن}$$

تمارين 6

(1) لنحسب AB

حسب المعطيات المترجمة في الشكل

لنعتبر MCD مثلث

B من [MC] و A من [MD] حيث (AB) // (CD) (لأن ABCD شبه منحرف قاعدته [AB] و [CD])

إذن حسب خاصية طاليس المباشرة نجد : $\frac{MB}{MC} = \frac{MA}{MD} = \frac{AB}{DC}$

وبالأخص : $\frac{MB}{MC} = \frac{AB}{DC}$ أي $\frac{MB}{MB+BC} = \frac{AB}{DC}$ (لأن B من [MC])

أي $\frac{2cm}{2cm+3cm} = \frac{AB}{4cm}$ (لأن CB = 3cm و BM = 2 cm و DC = 4cm)

$$\frac{2cm}{5cm} = \frac{AB}{4cm}$$

إذن $5AB = 8$

وبالتالي $AB = \frac{8}{5}$

أي **AB = 1,6cm**

(2) لنبين أن (MD) // (BN)

حسب المعطيات المترجمة في الشكل

لنعتبر MCD مثلث

B من [MC] و A من [MD] هل $\frac{BC}{MC} = \frac{NC}{CD}$ ؟

لدينا $\frac{NC}{CD} = \frac{2,4}{4} = \frac{24}{40}$ و $\frac{BC}{MC} = \frac{3}{5} = \frac{24}{40}$

إذن $\frac{BC}{MC} = \frac{NC}{CD}$

وبالتالي حسب خاصية طاليس العكسية فإن **(MD) // (BN)**

(3) لنبين أن المثلث ADN يقايس المثلث ABN

لدينا (MD) // (BN) (جواب السؤال الثاني)

(AB) // (DC) (لأن ABCD شبه منحرف قاعدته [AB] و [CD])

إذن ABND متوازي أضلاع

وبالتالي

$$AB = DN$$

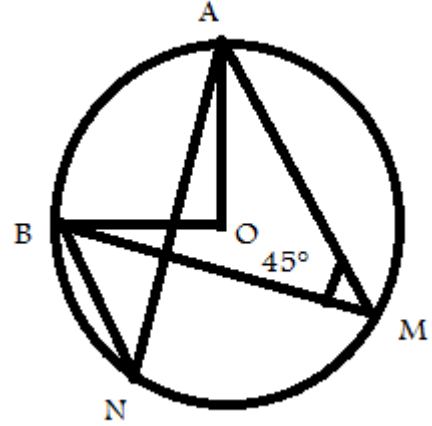
$$AD = BN$$

$$AN = AN$$

بالنسبة للمثلثين ADN و ABN

وحسب إحدى حالات التقايس نجد المثلثان ADN و ABN متقايسان .

(1) الشكل الهندسي



(2) لنحسب: $\widehat{ANB}$ مع التعليل

حسب المعطيات المترجمة في الشكل
لدينا $\widehat{ANB}$ و $\widehat{AMB}$ زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس الصغيرة $\widehat{AB}$ من الدائرة
إذن $\widehat{ANB} = \widehat{AMB}$
وبما أن $\widehat{AMB} = 45^\circ$
فإن $\widehat{ANB} = 45^\circ$

(3) لنبين أن: (OB) عمودي على (OA)

حسب المعطيات المترجمة في الشكل
لدينا $\widehat{AOB}$ الزاوية المركزية المرتبطة بالزاوية المحيطية $\widehat{AMB}$
إذن $\widehat{AOB} = 2 \widehat{AMB} = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$
وبالتالي $\widehat{AOB}$ زاوية قائمة
إذن (OB) عمودي على (OA)