المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي
وتكوين الأطر والبحث العلمي
قطاع التعليم المدرسي
جهة وادي الذهب لكويرة
نيابة وادي الذهب
ثانوية ابن صفيل الإعدادية
الداخلة

الامتحان الموحد المحلي
للسنة الثالثة ثانوي إعدادي
دورة يناير 2011
التصحيـــــح

المادة : الرياضيات
مدة الإنجاز : ساعتان
المعامل : 1

من إنجاز: الأستاذ علي الغوفـــــــــــــي

سلم التنقيط

التمرين الأول : (6 نقط)

1) التبسيط:

$$\sqrt{75}-\sqrt{12}+4\sqrt{3}=$$
$$=3\sqrt{5^2\times 3}-\sqrt{2^2\times 3}+4\sqrt{3}$$
$$=3\times 5\sqrt{3}-2\times\sqrt{3}+4\sqrt{3}$$
$$=15\sqrt{3}-2\sqrt{3}+4\sqrt{3}$$
$$=(15-2+4)\sqrt{3}$$
$$=17\sqrt{3}$$

$$\frac{3^{-7}\times 5^2\times(10^2)^4}{3^{-1}\times 5^{10}\times\left(5^{-1}\times 10\right)^8}=$$
$$=\frac{3^{-7}\times 5^2\times 10^8}{3^{-1}\times 5^{10}\times 5^{-8}\times 10^8}$$
$$=\frac{3^{-7}\times 5^2}{3^{-1}\times 5^{10}\times 5^{-8}}$$
$$=\frac{3^{-7}}{3^{-1}}\times\frac{5^2}{5^{10}\times 5^{-8}}$$
$$=3^{-6}$$

0.5+ 1

2) حذف الجذر المربع من مقام العددين التاليين : $\frac{4+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$;; $\frac{-3}{2\sqrt{7}}$

$$\frac{-3}{2\sqrt{7}}=$$
$$=\frac{-3\times\sqrt{7}}{2\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$$
$$=\frac{-3\sqrt{7}}{2\sqrt{7}^2}$$
$$=\frac{-3\sqrt{7}}{14}$$

$$\frac{4+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}=$$
$$=\frac{\left(\sqrt{2}+1\right)\times\left(4+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{2}-1\right)\times\left(\sqrt{2}+1\right)}$$
$$=\frac{4\sqrt{2}+2+4+\sqrt{2}}{\sqrt{2}^2-1^2}$$
$$=\frac{5\sqrt{2}+6}{1}$$
$$=5\sqrt{2}+6$$

1+0.5

3) التبسيط و تحديد الكتابة العلمية للعدد : $0.01\times 32\times 10^{-4}\times 10^9$

$$0.01\times 32\times 10^{-4}\times 10^9=32\times 10^{-2}\times 10^{-4}\times 10^9$$
$$=32\times 10^3$$
$$=3.2\times 10^4$$

0.5
0.5

4) أنشر وبسط مايلي : $\left(2+\sqrt{5}\right)^2$ 0.5

$$\left(2+\sqrt{5}\right)^2 = (2)^2 + 2\times\sqrt{5}\times 2 + \sqrt{5}^2$$
$$= 4 + 4\sqrt{5} + 5$$
$$= 9 + 4\sqrt{5}$$

❖ استنتج تبسيط للعدد : $\sqrt{9+4\sqrt{5}}$

حسب السؤال السابق لدينا :

$$\sqrt{9+4\sqrt{5}} = \sqrt{\left(2+\sqrt{5}\right)^2}$$
$$= 2+\sqrt{5} \qquad \left(\text{لأن } 2+\sqrt{5} > 0 \right)$$
0.5

5) عمل مايلي : $9x^2 - 12x + 4$

$$9x^2 - 12x + 4 = (3x)^2 - 2\times 3x \times 2 + 2^2$$
$$= (3x-2)^2$$
1

التمرين الثاني : (3 نقط)

1) x y عددان حقيقين بحيث : $3 \le x \le 4$ و $-2 \le y \le -1$

لنأطر مايلي : $x+y$ و $x-4y$ و $\dfrac{x^2}{x+y}$

تأطيـــــر x +y :	تأطيـــــر x-4y :	تأطيـــــر $\dfrac{x^2}{x+y}$:
$3+(-2) \le x+y \le 4+(-1)$ $1 \le x+y \le 3$	لدينا: $4 \le -4y \le 8$ $3+4 \le x+(-4y) \le 4+8$ إذن : $7 \le x-4y \le 12$	لدينا: $\dfrac{1}{3} \le \dfrac{1}{x+y} \le 1$ و $9 \le x^2 \le 16$ $9\times\dfrac{1}{3} \le x^2 \times \dfrac{1}{x+y} \le 16\times 1$ $3 \le \dfrac{x}{x+y} \le 16$

1+0.5+0.5

1) قارن العددين : $3\sqrt{2}+1$ و $2\sqrt{3}+1$

لدينا $\left(3\sqrt{2}\right)^2 = 9\times 2 = 18$

و $\left(2\sqrt{3}\right)^2 = 4\times 3 = 12$

بماأن : $12 < 18$ فإن $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$

وبالتالي فإن : $2\sqrt{3}+1 < 3\sqrt{2}+1$

1

التمرين الثالث : (4 نقط) ABC مثلث حيث : $BC = 3$ و $AB = 2$ و $AC = \sqrt{5}$ 1) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية في A . بمأن $BC^2 = 9$ و $AC^2 + AB^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 + 2^2 = 5 + 4 = 9$ إذن : $AB^2 + AC^2 = BC^2$ وبالتالي حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن المثلث ABC قائم الزاوية في A	1
2) حساب النسب المثلثية للزاوية $A\hat{B}C$ $\cos\left(A\hat{B}C\right) = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{2}{3}$; $\sin(A\hat{B}C) = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$; $\tan(A\hat{B}C) = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$	1.5
3) لتكن E المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC) ، لنحسب EB و AE • لدينا : $A\hat{B}E = A\hat{B}C$ يعني أن : $\cos\left(A\hat{B}E\right) = \cos\left(A\hat{B}C\right)$ أي : $\dfrac{BE}{AB} = \dfrac{AB}{BC}$ أي : $\dfrac{BE}{2} = \dfrac{2}{3}$ $BE = \dfrac{2}{3} \times 2$ $BE = \dfrac{4}{3}$ إذن : $\boxed{BE = \dfrac{4}{3}}$ • لدينا : $A\hat{B}E = A\hat{B}C$ يعني أن : $\sin\left(A\hat{B}E\right) = \sin\left(A\hat{B}C\right)$ أي : $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AC}{BC}$ أي : $\dfrac{AE}{2} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$ $AE = \dfrac{\sqrt{5}}{3} \times 2$ $AE = \dfrac{2\sqrt{5}}{3}$ إذن : $\boxed{AE = \dfrac{2\sqrt{5}}{3}}$	1.5

$\tan(A\hat{B}C) = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$	$\sin(A\hat{B}C) = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$	$\cos\left(A\hat{B}C\right) = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{2}{3}$

التمرين الرابع : (4 نقط) ABCD متوازي الأضلاع بحيث: AB = 18 و DA = 10 , لتكن M نقطة من القطعة [AB] بحيث BM = 12 الموازي للمستقيم (DA) المار من M يقطع المستقيم (DB) في N. الموازي للمستقيم (CD) المار من N يقطع المستقيم (BC) في P. 1) احسب NM لدينا ABD مثلث حيث $M \in [AB]$ و $N \in [BD]$ و $(AD) // (MN)$ إذن حسب خاصية طاليس المباشرة لدينا : $\frac{BN}{BD} = \frac{BM}{AB} = \frac{NM}{AD}$ يعني أن $\frac{MN}{AD} = \frac{BM}{AB}$ $MN = \frac{BM}{AB} \times AD$ $MN = \frac{12}{18} \times 10$ إذن $\boxed{MN = \frac{20}{3}}$	1
2) بين أن $NB = \frac{2}{3} DB$ لدينا حسب خاصية طاليس المباشرة : $\frac{BN}{BD} = \frac{BM}{AB}$ يعني أن : $BN = \frac{BM}{AB} \times BD$ ومنه فإن : $BN = \frac{12}{18} \times BD$ إذن : $\boxed{BN = \frac{2}{3} BD}$	1
3) قارن النسبتين $\frac{BM}{BA}$ و $\frac{BP}{BC}$ ثم استنتج أن المستقيم (PM) يوازي المستقيم (AC) : • لدينا CBD مثلث حيث $P \in [BC]$ و $N \in [BD]$ و $(DC) // (NP)$ و حسب خاصية طاليس المباشرة لدينا : $\frac{BN}{BD} = \frac{BP}{BC} = \frac{NP}{DC}$ إذن : $\boxed{\frac{BP}{BC} = \frac{BN}{BD}}$ (1) وبمأن : $\frac{BN}{BD} = \frac{BM}{AB} = \frac{NM}{AD}$ حسب السؤال (1) ومنه لدينا : $\boxed{\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BD}}$ (2) من النتيجتين (1) و (2) نستنتج أن : $\boxed{\frac{BM}{BA} = \frac{BP}{BC}}$	1

- استنتج أن : $(AC)//(PM)$.

1 لدينا في المثلث ABC : $\left.\begin{array}{l} M\in[BC] \\ \text{و} \\ P\in[BC] \end{array}\right\}$

وبمأن : $\dfrac{BM}{BA}=\dfrac{BP}{BC}$

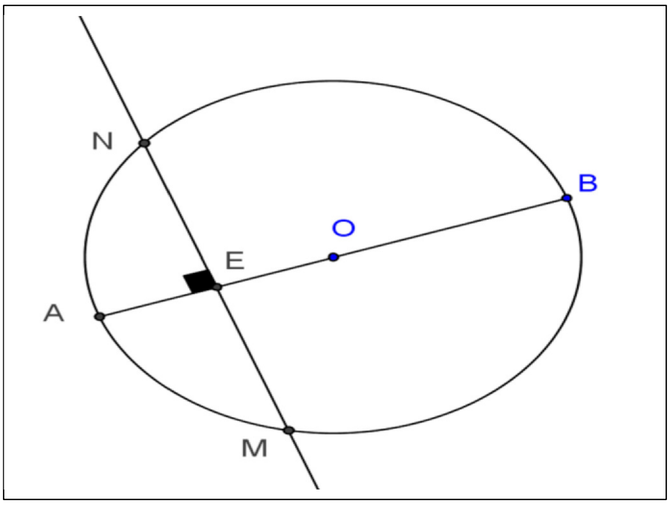
وبالتالي حسب خاصية طاليس العكسية فإن $(AC)//(PM)$

التمرين الخامس : (3 نقط)

(ع) دائرة مركزها O و [AB] قطر لها

E منتصف القطعة [OA] ، العمودي على المستقيم (OA) المار من E يقطع الدائرة (ع) في نقطتين M و N

0.5 1) أنشئ شكلا مناسبا



2) بين أن المثلثين EMA و EMO متقايسين

1 بمأن : $\left.\begin{array}{l} EO=EA \\ EM=EM \\ O\hat{E}M=A\hat{E}M \end{array}\right\}$ ضلع مشترك

يعني أن : ضلعان وزاوية محصورة بينهما في المثلث EMA يقايس على التوالي ضلعان وزاوية محصورة بينهما في المثلث EMO وبالتالي المثلثين EMA و EMO متقايسين

3) بين أن المثلثين EBN و MAE متشابهين

بمأن : $B\hat{E}N=A\hat{E}M$

و : $N\hat{B}E=E\hat{M}A$ لأنهما زاويتين محيطيتين تحصران نفس القوس

1 إذن زاويتان في المثلث EBN يقايسان على التوالي زاويتان في المثلث MAE

وبالتالي المثلثين EBN و MAE متشابهين

4) علما أن $\widehat{NBM}=60°$ أحسب $N\hat{O}M$

لدينا الزاوية $N\hat{B}M$ زاوية محيطية تحصر القوس $\widehat{NM}$ والزاوية $N\hat{O}M$ زاوية مركزية تحصر نفس القوس $\widehat{NM}$

إذن : $N\hat{O}M=2\times N\hat{B}M$

0.5 ومنه : $\boxed{N\hat{O}M=2\times 60=120°}$