Chapitre 14 – Pyramide & cône de révolution

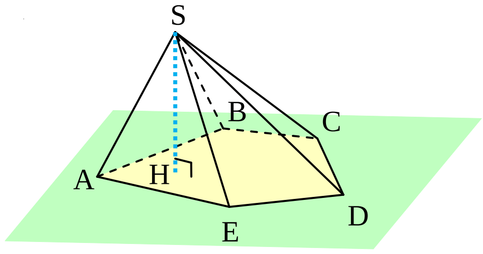
I – Pyramide

1. Définition et description

Définition

Une <u>pyramide</u> est un solide avec :
- **une face en forme de polygone, appelée <u>base</u> ;**
- **d'autres faces en forme de triangle, appelées <u>faces latérales</u> et ayant un sommet commun (ici S).**

Ce sommet commun s'appelle le <u>sommet de la pyramide</u>.

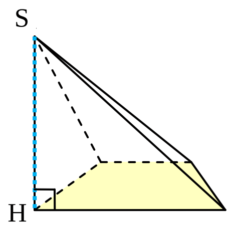


Le point H est le point d'intersection entre le plan de base et la perpendiculaire à ce plan passant par le point S. Le segment [SH] et la longueur SH sont appelés <u>hauteur de la pyramide</u>.

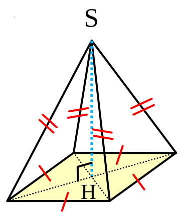
Exemple : Grâce à la figure ci-dessus, répondre aux questions suivantes : comment s'appelle la base ? quelle forme a-t-elle ? combien y a-t-il de faces latérales ? quels sont leurs noms ? quelle est la hauteur de cette pyramide ?

Remarque

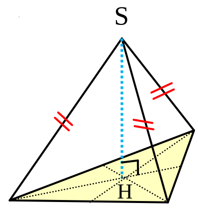
- Une pyramide dont la base est un triangle s'appelle un **<u>tétraèdre</u>**.
- Il existe quelques pyramides particulières :



Pyramide dont la hauteur est une arête : H est un sommet de la base.



Pyramide régulière à base carrée : H est le centre de la base.

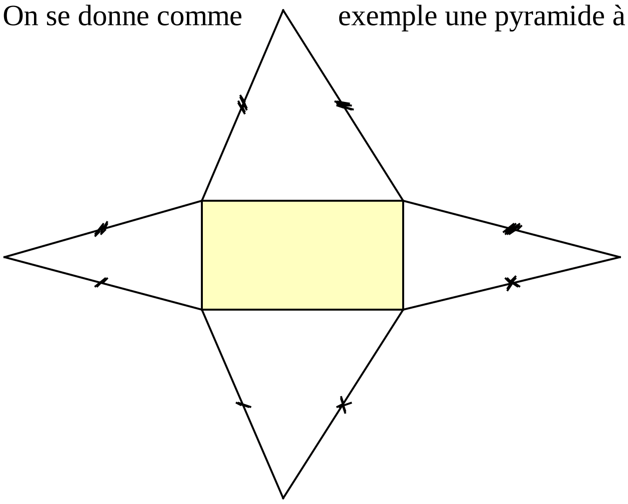


Tétraèdre dont la base est un triangle équilatéral : H est le centre du cercle circonscrit de ce triangle.

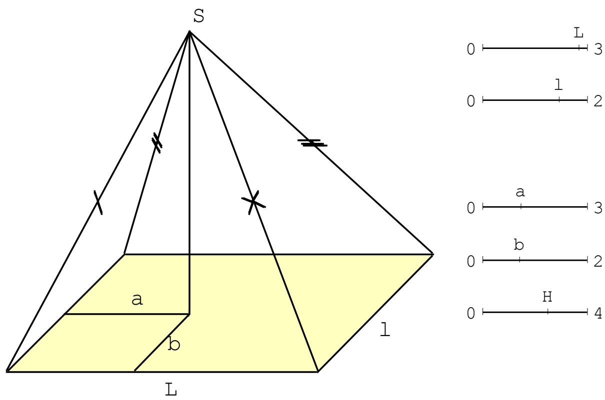
Interrogation orale : 19, 20, 21, 22 p. 256	En classe : 23, 24, 25 p. 257	Exercices : 27, 29, 31, 32 p. 257

2. Patron

On se donne comme exemple une pyramide à base rectangulaire :



geoplan

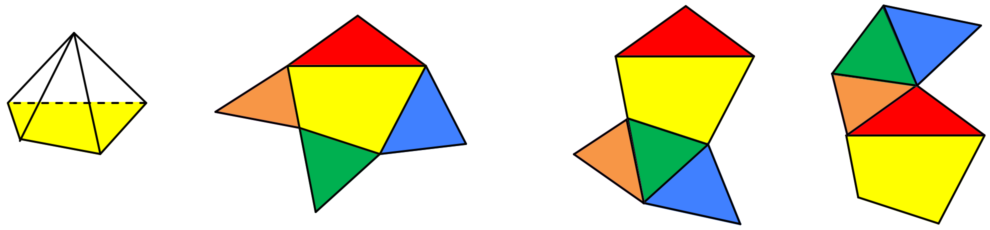


Méthode

Quelque soit la pyramide, le patron se construit de la manière suivante :
- **on trace d'abord la base en grandeur réelle ;**
- **construire chaque face latérale (= triangles) au compas.**

Remarque

Il y a plusieurs patrons possibles pour une même pyramide :



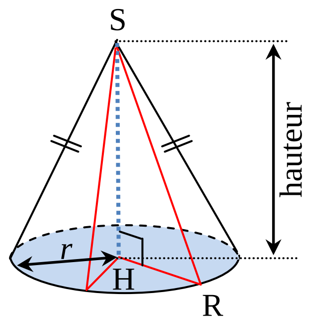
	En classe : 1, 2, 3, 4, 5 p. 255	Exercices : 6, 7, 8 p. 255 + 40, 41 p. 258

II – Cône de révolution

1. Définition et description

Définition

Un cône de révolution est un solide formé par rotation d'un triangle rectangle autour d'un des côtés de l'angle de l'angle droit.
Un cône de révolution est composé :
- **d'une face en forme de disque, appelée base ;**
- **d'une autre face courbe, appelée face latérale ;**
- **d'un point S appelé sommet du cône ;**
- **de segments reliant le sommet à un point du cercle de base, appelés génératrices (par exemple [SR]).**



Le point H est le point d'intersection entre le plan de base et la perpendiculaire à ce plan passant par le point S. Le segment [SH] et la longueur SH sont appelés hauteur du cône de révolution.

Remarque

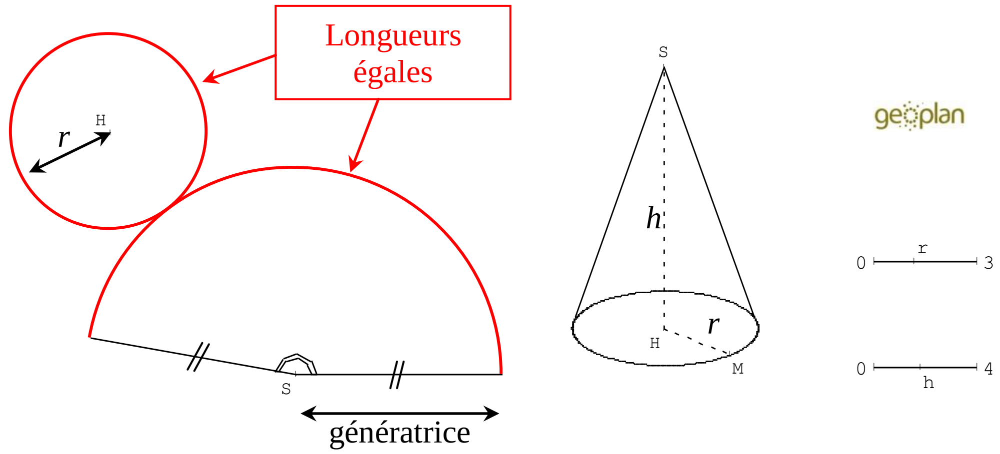
- Le segment [HR] est un rayon du disque de base.
- Puisqu'il est question de triangles rectangles dans un cône, si l'on connaît deux grandeurs parmi la hauteur, le rayon du disque de base et la longueur d'une génératrice, on peut calculer celle qui manque grâce au théorème de Pythagore.

Interrogation orale : 9 à 18 p. 256	En classe : 48 p. 258	Exercices : 46 p. 258

2. Patron

Le patron d'un cône de révolution n'est pas si simple à réaliser. Nous allons voir qu'il met en jeu les connaissances sur la proportionnalité.

Voici un exemple :



Méthode

Quelque soit le cône de révolution, le patron se construit de la manière suivante :

- **il faut connaître au minimum le rayon du disque de base et la longueur d'une génératrice ;**
- **construire la face latérale courbe en calculant la mesure de l'angle au sommet S (proportionnalité, voir exemple ci-dessous) ;**
- **placer un point H tel que la longueur HS soit égale à la somme de la longueur d'une génératrice et du rayon du disque de base ;**
- **construire la base.**

Exemple : On souhaite construire le patron d'un cône de révolution de 12 cm de hauteur et dont la rayon du disque de base est égal à 5 cm.

1. *Calcul de la longueur d'une génératrice, notée g. D'après le théorème de Pythagore, on a :*
$$g^2 = h^2 + r^2 \Leftrightarrow g^2 = 12^2 + 5^2 \Leftrightarrow g^2 = 144 + 25 = 169 \Leftrightarrow g = 13 \text{ cm}.$$
2. *Le périmètre du disque de base doit être égal à $2\pi \times 5 = 10\pi$.*
3. *Si on traçait un cercle complet autour du point S de rayon $g = 13$, son périmètre serait de $2\pi \times 13 = 26\pi$. Dans ce cas, l'angle autour du point S serait forcément égal à 360°. Puisque le périmètre du disque de base doit être égal à la longueur de l'arc autour du point S, faisons alors un tableau de proportionnalité :*

26π	10π
360 °	x

d'où : $x = \dfrac{10\pi \times 360}{26\pi} = \dfrac{3\,600}{26} \approx 138$ °.

4. *On trace alors un arc de cercle de centre S, de rayon $g = 13$ cm et d'angle 150 °.*
5. *On place un point H à $g + r = 13 + 5 = 18$ cm du point S, et on complète le patron en traçant le cercle de centre H et de rayon $r = 5$ cm :*