

Chapitre ③ : Statistiques

I - Définitions:

- 1) Etude statistique: l'étude d'un phénomène ou d'une caractéristique qui caractérise les membres d'un groupe.
- * La population statistique: l'échantillon ou l'ensemble soumis à l'étude statistique et chaque membre de celui-ci est appelé un individu ou une unité statistique.
- 3) Le caractère: le phénomène étudié et est une caractéristique qui peut être observée ou mesurée et est de deux types:

- a - Caractéristique quantitative: elle peut être exprimée en nombres (nombres d'enfants, Notes, âge, poids...)
- Caractéristique quantitative discret: si le nombre des valeurs est petit et on les range dans l'ordre croissant.
- Caractéristique quantitative continue (classes): si le nombre des valeurs est élevé, on peut les regrouper en classes de même amplitude $a \leq x < b$

- b - Caractéristique qualitative: elle ne peut pas être exprimée en nombres (sex, type de sang, couleur, type de voiture...)
- 4) Effectifs: est le nombre d'individus qui ont la même valeur du caractère.
- 5) Effectif total: est la somme de tous les effectifs.

6) L'effectif cumulé: d'une valeur est la somme des effectifs de cette valeur et des valeurs précédentes.

7) La fréquence: la fréquence d'une valeur est le rapport de son effectif par l'effectif total.

8) La fréquence cumulée: d'une valeur est le rapport de son effectif cumulé par l'effectif total.

9) Le pourcentage:

$$p\% = \frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}} \times 100$$

II - Série statistique discontinue:

1) Exemple:

À la fin de la correction d'un devoir, le professeur a inclus les notes dans le tableau suivant:

Caractère (Note sur 20)	5	8	10	12	15
Effectif (Nombre d'élèves)	3	7	7	2	1

* Caractère: est la note (Caractère quantitatif discret)

* Effectifs: Nombre d'élèves correspondant à chaque valeur du caractère.

* Effectif total: est la somme des effectifs

$$1 + 2 + 7 + 7 + 3 = 20$$

donc on a 20 élèves.

2) Tableau des effectifs cumulés et fréquences et fréquences cumulées:

Caractère (Note sur 20)	5	8	10	12	15
Effectif Nombre d'élèves	3	7	7	2	1
Effectif cumulé	3	10	17	19	20
Fréquence	0,15	0,35	0,35	0,1	0,05
Fréquence cumulée	0,15	0,50	0,85	0,95	1

* Remarques importantes:

* $\text{Fréquence} = \frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}}$

* $\text{Fréquence cumulée} = \frac{\text{Effectif cumulé}}{\text{Effectif total}}$

* La fréquence cumulée d'une valeur est la somme de sa fréquence et les fréquences des valeurs précédentes.

* La fréquence cumulée de la dernière valeur d'une série ordonnée est égale à 1

3) La moyenne arithmétique:

a) Définition:

La moyenne arithmétique est le rapport de la somme de tous les produits de chaque valeur par son effectif par l'effectif total.

On le note m .

b) Exemple:

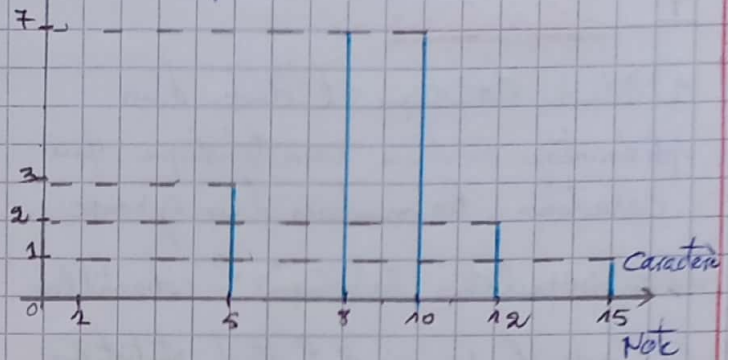
Dans l'exemple précédent, on a

$$m = \frac{(5 \times 3) + (8 \times 7) + (10 \times 7) + (12 \times 2) + (15 \times 1)}{20} = \frac{15 + 56 + 70 + 24 + 15}{20} = \frac{180}{20} = 9$$

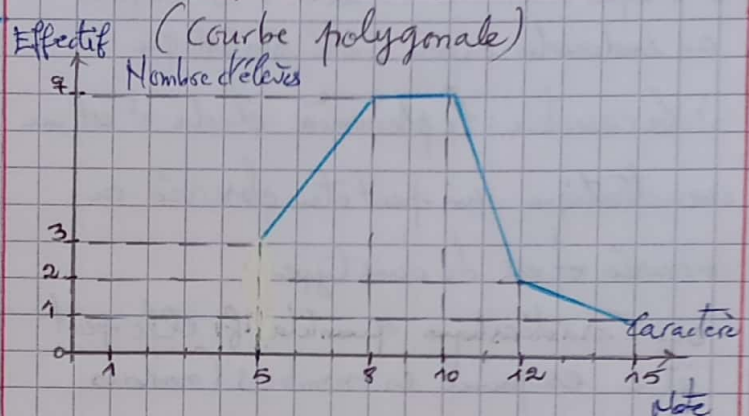
$m = 9$

4) Représentation graphique:

a - Diagramme en bâtons



b - Diagramme à ligne brisée



VII - Série statistique continue (en classes)

1) Exemple

Une expérience a été menée sur 400 lampes pour déterminer la durée de conservation de centaines d'heures, et les résultats ont été les suivantes:

Milieu de classe: si $a \leq x < b$ est une classe d'une série, alors son milieu est:

$$\frac{a+b}{2}$$

Classe	$3 \leq t < 5$	$5 \leq t < 7$	$7 \leq t < 9$	$9 \leq t < 11$	$11 \leq t < 13$
Durée t					
Effectif Nombre de lampes	15	46	54	78	64
Milieu de classe	4	6	8	10	12

2) Moyenne arithmétique:

a) Règle

La moyenne arithmétique est le rapport de la somme de tous les produits de chaque milieu de classe par son effectif par ~~son~~ l'effectif total. On le note m .

b) Exemple:

Dans l'exemple précédent, on a

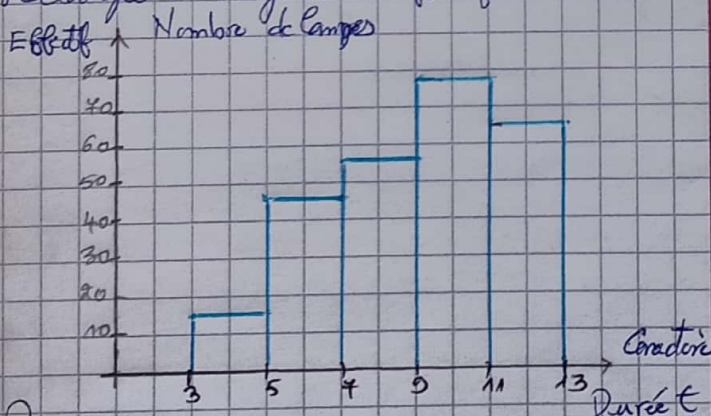
$$m = \frac{(4 \times 15) + (6 \times 46) + (8 \times 54) + (10 \times 78) + (12 \times 64)}{400}$$

$$= \frac{60 + 276 + 432 + 780 + 768}{400} = \frac{2316}{400}$$

$$\boxed{m = 5,79}$$

3) Histogramme

Pour la représentation graphique d'un caractère continu, on utilise généralement un histogramme; dans un repère orthogonal on porte en abscisses les valeurs des bornes des intervalles (selon l'unité choisie) puis pour chaque classe on trace un rectangle de longueur l'effectif.



* Remarques:

* On appelle la moyenne arithmétique aussi la valeur moyenne.

$$\rightarrow \text{Fréquence} = \frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}}$$

$$\rightarrow \text{Fréquence cumulée} = \frac{\text{Effectif cumulé}}{\text{Effectif total}}$$

* Les représentations importantes:

* Diagramme en bâton

Dans un repère orthogonal, pour chaque valeur de la série statistique, on trace un trait vertical dont la hauteur est proportionnelle à l'effectif.

* Diagramme à ligne brisée (Courbe polygonale):

La courbe polygonale est obtenue en joignant par des segments les points dont l'abscisse est une valeur de la série et dont l'ordonnée est l'effectif correspondant à cette valeur.

* Histogramme:

Principalement utilisé si le caractère est continu (en classes).

* Diagramme circulaire

Un diagramme circulaire est un diagramme qui a la forme d'un disque décomposé en secteurs dont les mesures des angles sont proportionnelles aux effectifs (et également aux fréquences).

$$\text{Mesure de l'angle} = \frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}} \times 360^\circ$$

$$= \text{fréquence} \times 360^\circ$$

$$= \frac{\text{pourcentage} \times 360^\circ}{100}$$