

PROPORTIONNALITÉ

I — Produit en croix et application dans des problèmes



Méthode (« PRODUIT EN CROIX »)

On veut compléter le tableau de proportionnalité suivant :

5	12
8	<i>x</i>

Calcul :

on multiplie les deux nombres qui sont sur la même diagonale au numérateur

$$x = \frac{12 \times 8}{5} = \frac{96}{5} = 19,2$$

au dénominateur, on écrit le nombre qui est sur la même diagonale que le nombre recherché

on calcule

Le tableau complet est donc :

5	12
8	19,2

■ EXERCICE 1 (SUR CE TD) : Complète les exemples suivants :

4	10
6	<i>x</i>

Calcul :

$$x = \frac{\dots \times \dots}{4} = \frac{\dots}{4}$$

$$= \dots$$

11	<i>y</i>
20	8

Calcul :

$$y = \frac{\dots \times 8}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$= \dots$$

15	6
<i>z</i>	4

Calcul :

$$z = \frac{\dots \times \dots}{\dots} = \dots$$

$$= \dots$$

■ EXERCICE 2 (SUR CE TD) : Écris les calculs permettant de compléter ces tableaux de proportionnalité :

9	6
<i>x</i>	4

a)

10	15
8	<i>y</i>

b)

6	<i>z</i>
14	7

c)

<i>t</i>	10
5	15

d)

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

Il arrivera souvent d'être confronté à des petits problèmes mettant en jeu la proportionnalité. Il sera très utile de savoir mettre les données dans un tableau :

Exemple : Pour faire ses confitures, Elisabeth a acheté 4 kg de sucre pour 10 €. Calcule le prix de 7 kg de sucre.

Solution :

1. On organise les données sous forme de tableau :

Quantité de sucre en kg	4	7
Prix en €	10	p

2. On utilise le produit en croix pour trouver la valeur manquante :

$$\begin{aligned} p &= \frac{10 \times 7}{4} = \frac{70}{4} \\ &= 17,5. \end{aligned}$$

3. Conclusion : 7 kg de sucre coûteront 17,50 €.

■ EXERCICE 3 (SUR CE TD) : Résous les problèmes suivants :

5 kg de pêches coûtent 24 €.

Quel est le prix de 3 kg de pêches ?

1. On organise les données dans un tableau :

Quantité de pêches en kg		

2. On calcule la valeur manquante avec un produit en croix :

3. Conclusion :

Avec 8 L de vernis, on peint 20 m² de bois.

Quelle surface peut-on peindre avec un pot de 10 L ?

1. On organise les données dans un tableau :

2. On calcule la valeur manquante avec un produit en croix :

3. Conclusion :

■ EXERCICE 4 (SUR CE TD) :

1. Un rôti de 600 g coûte 5,40 €. Calculer le prix d'un morceau de 400 g de ce rôti.

2. Un CD de 650 Mo permet de stocker 78 minutes de musique. Sur un CD de 700 Mo, quelle durée de musique peut-on stocker ?

3. Avec 15 kg de blé, on obtient 12 kg de farine. Quelle quantité de farine obtient-on avec 25 kg de blé ?



Propriété

Calculer un pourcentage revient à compléter un tableau de proportionnalité avec 100 comme dénominateur (ou nombre *total*).

Exemple : Dans une classe de 25 élèves, 19 ont un téléphone portable. Calculer le pourcentage d'élèves ayant un téléphone portable.

Solution :

1. On écrit les données dans un tableau :

Nombres d'élèves ayant un portable	19	
Nombre total d'élèves	25	

2. On complète le tableau en rajoutant 100 comme total (un pourCENTage veut dire "POUR 100", donc pour un *total* de 100) :

Nombres d'élèves ayant un portable	19	<i>e</i>
Nombre total d'élèves	25	100

3. On calcule grâce à un produit en croix :

$$e = \frac{19 \times 100}{25} = \frac{1900}{25} = 76.$$

4. Conclusion : 76% des élèves possèdent un téléphone portable.

■ EXERCICE 5 (SUR CE TD) : Complète les exemples suivants :

Exemple 1 :

Yasmine veut acheter un sweat-shirt qui coûte initialement 48 €. Le vendeur lui fait une remise de 14,40 €. À quel pourcentage du prix initial correspond cette remise ?

Remise en €		
Prix initial		

Exemple 2 :

Parmi les 160 élèves d'un collège, 104 sont externes. Calculer le pourcentage d'élèves externes de ce collège.

		100

■ EXERCICE 6 (DANS TON CAHIER) : Le prix d'une paire de lunettes de soleil est augmenté de 3,20 €. Son prix initial était de 40 €.

À quel pourcentage du prix initial correspond cette augmentation ?

■ EXERCICE 7 (DANS TON CAHIER) : Un collège compte 760 élèves dont 266 demi-pensionnaires. Quel est le pourcentage de demi-pensionnaires dans ce collège ?

II – Vitesse moyenne



Définition

La vitesse moyenne correspond au quotient $\frac{\text{distance parcourue}}{\text{temps du parcours}}$. Elle s'exprime généralement en km/h ou m/s (un véhicule qui fait 50 km en 1 h aura une vitesse moyenne de 50 km/h).

On note généralement : $V = \frac{D}{T}$.



Méthode (DÉTERMINER UNE VITESSE MOYENNE)

En vélo, Richard a parcouru 52 km en 2 h 30 min.

Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h ?

1. On utilise un tableau de proportionnalité :

résultat correspondant à la vitesse en km/h		
on écrit les données de l'énoncé en convertissant si besoin		
quand on veut le résultat en km/h,	Distance (en km)	52
on exprime la distance en km,	Durée (en min)	150
on exprime la durée en min !		60
2 h 30 correspondent à 150 min :		
		→ 70 min
km/h signifie que la durée est de 1 h = 60 min		

2. On calcule la valeur manquante avec un produit en croix :

$$\frac{52 \times 60}{150} = \frac{3120}{150} = 20,8.$$

3. Conclusion : Richard a roulé à une vitesse moyenne de 20,8 km/h.

■ EXERCICE 8 (SUR CE TD) : Complète les exemples suivants :

Laurent a fait un trajet en voiture de 73 km en 1 h 10 min. Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h, arrondie au dixième ?

Réponse :

Distance (en km)		
Durée (en min)		

Calcul :

Conclusion :

Karima s'est promenée pendant 40 minutes sur 9 km. Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h ?

Réponse :

Distance (en km)		
Durée (en min)	40	

Calcul :

Conclusion :

■ EXERCICE 9 (DANS TON CAHIER) :

1. Un cheval a parcouru 3 km en 6 minutes. Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h ?
2. Lors d'un marathon, Samuel a parcouru les 42,195 km en 2h45. Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h (arrondie au dixième) ?



Méthode (DÉTERMINER D OU T À PARTIR DE V)

Un véhicule a roulé à la vitesse moyenne de 66 km/h pendant 1 h 10 min. Quelle distance a-t-il parcouru ?

1. On utilise un tableau de proportionnalité :

on écrit les données de l'énoncé en convertissant si besoin

quand on veut le résultat en km/h,

on exprime la distance en km,

on exprime la durée en minutes !

Distance (en km)	66	
Durée (en min)	60	70

66 km/h signifie 66 km en 1 h et 1 h = 60 min

on cherche pour une durée de 1 h 10 :
 → 70 min

2. On calcule la valeur manquante :

$$\frac{66 \times 70}{60} = \frac{4620}{60} = 77.$$

3. Conclusion : ce véhicule a parcouru 77 km.

■ EXERCICE 10 (SUR CE TD) : Complète les exemples suivants :

Le guépard est l'un des animaux les plus rapides. Si un guépard a une vitesse moyenne de 100 km/h, quelle distance (arrondie au dixième) parcourt-il en 35 minutes ?

Réponse :

Distance (en km)		
Durée (en min)	60	

Calcul :

Conclusion :

Un train roule à 280 km/h de moyenne sur une distance de 500 km. Combien de temps va durer ce trajet (on arrondira les minutes à l'unité, puis on donnera la réponse en h et min) ?

Réponse :

Distance (en km)		500
Durée (en min)	60	

Calcul :

Conclusion :

À la calculatrice :

 → réponse :

■ EXERCICE 11 (DANS TON CAHIER) : Une voiture roule à 80 km/h.

1. Quelle distance va-t-elle parcourir si son trajet dure 2 h 25 ?

2. Combien va-t-elle mettre de temps pour parcourir 76 km ?



Méthode (VÉRIFIER SI UN TABLEAU EST DE PROPORTIONNALITÉ)

1^{er} cas :

3	6	15
10	20	50

$$10 \div 3 = \frac{10}{3} \quad 20 \div 6 = \frac{10}{3} \quad 50 \div 15 = \frac{10}{3}$$

Pour chaque colonne, on calcule le coefficient permettant de passer d'une ligne à l'autre

On obtient le même nombre, donc c'est un tableau de proportionnalité.

2^e cas :

5	10	12
35	70	96

$$35 \div 5 = 7 \quad 70 \div 10 = 7 \quad 96 \div 12 = 8$$

Pour chaque colonne, on calcule le coefficient permettant de passer d'une ligne à l'autre

Les coefficients ne sont pas les mêmes, donc ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

■ EXERCICE 12 (DANS TON CAHIER) : Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ? Justifie.

a)

4	7	11
6	10,5	16,5

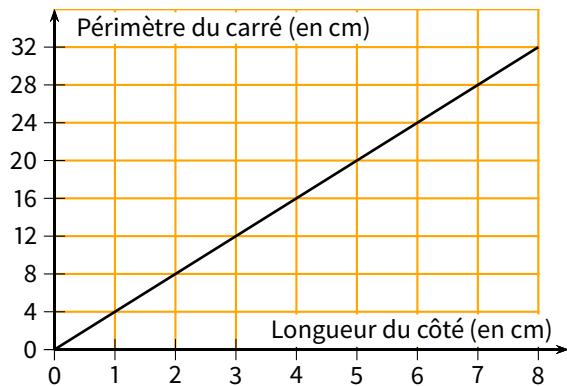
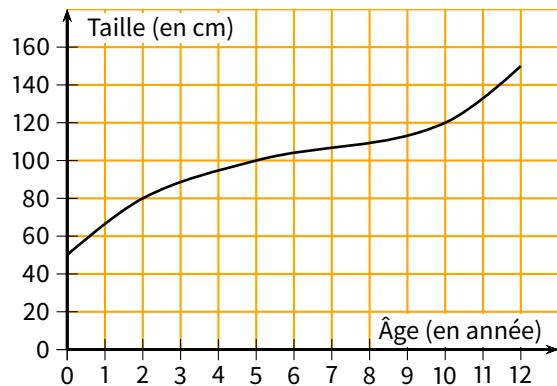
b)

10	15	50	75
8	12	40	60

c)

Âge (en année)	2	5	10
Taille (en cm)	80	100	120

■ EXERCICE 13 (SUR CE TD) : On donne les graphiques suivants :



1. Utilise les graphiques pour compléter les tableaux suivants :

Tableau 1

Âge (en année)	0	2	10
Taille (en cm)			

Tableau 2

Longueur des côtés (en cm)	0	2	6
Périmètre (en cm)			

2. Ces tableaux sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

3. À ton avis comment peut-on reconnaître graphiquement une situation de proportionnalité ?

.....

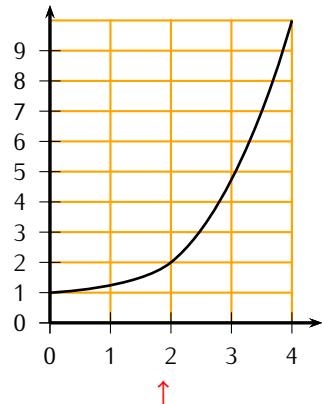
.....



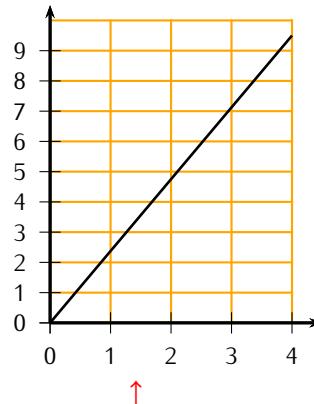
Propriété

Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement par une droite passant par l'origine du repère.

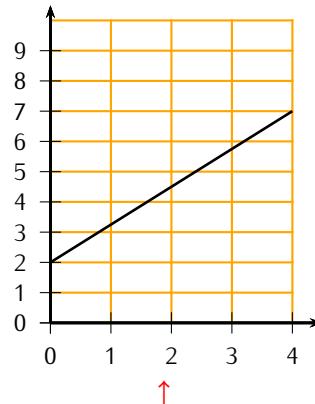
Exemples :



Ce n'est pas une situation de proportionnalité car la courbe n'est pas une droite.

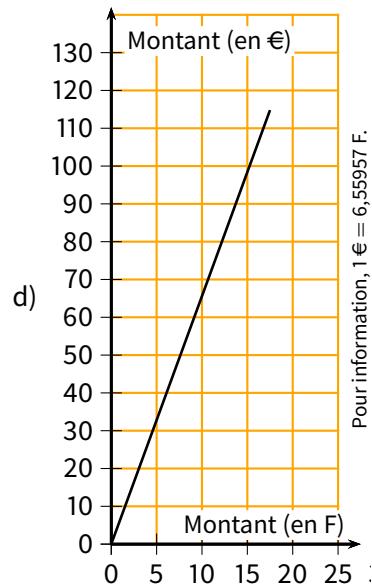
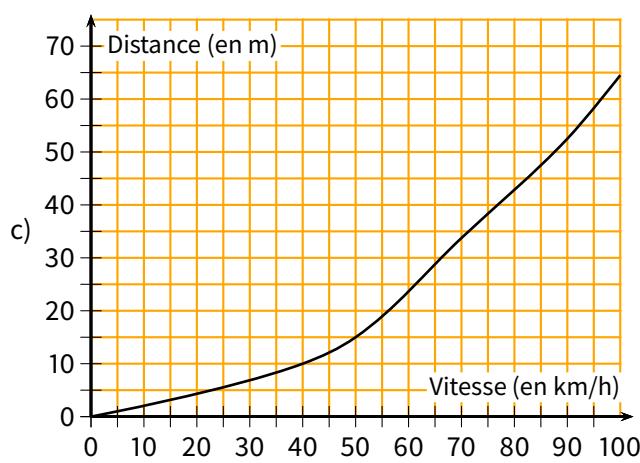
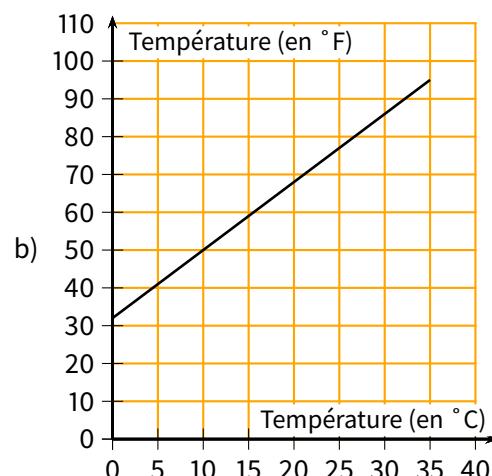
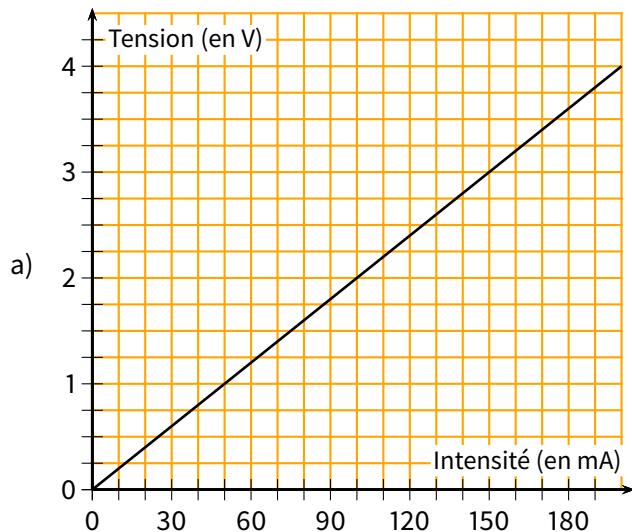


C'est une situation de proportionnalité car la courbe est une droite passant par l'origine.



Ce n'est pas une situation de proportionnalité car la droite ne passe pas par l'origine.

■ EXERCICE 14 (SUR CE TD) : Entoure la lettre des graphiques qui représentent une situation de proportionnalité.





Exercice ① (dans ton cahier)

Résous les équations suivantes :

a) $x + 4,5 = 8,9$

b) $10x = 127$

c) $x - 2,3 = 7,8$

d) $3x = 1$

e) $2x - 8 = 15$

f) $5x + 4 = 40$

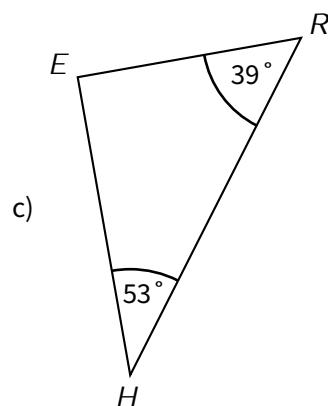
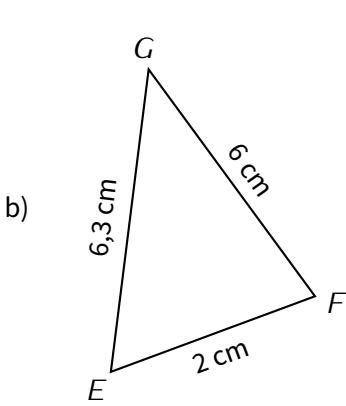
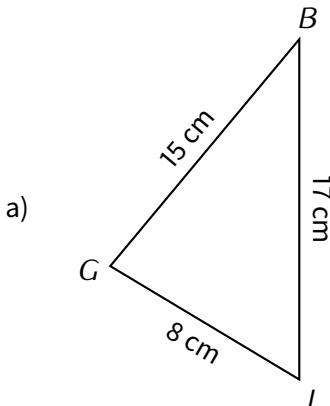
g) $7x + 9 = 20$

h) $40x - 90 = 0$



Exercice ② (dans ton cahier)

Parmi les triangles suivants, lesquels sont rectangles ? Justifie.



Exercice ③ (dans ton cahier)

Développe (puis réduis quand c'est possible) les expressions suivantes :

$$A = 3x(11x + 6)$$

$$B = 10(9 - 4x)$$

$$C = (5x + 4)(3x + 2)$$

$$D = (4x - 1)(6x + 11)$$

$$E = (2x - 8)(10x - 3)$$

$$F = (x + 3)(7x - 5)$$

$$G = 4x(2x - 3) - 10x$$

$$H = (5x + 1)(4x - 3) - 12x^2$$



Exercice ④ (dans ton cahier)

Calcule (en détaillant) et donne le résultat sous forme irréductible :

$$A = \frac{4}{3} - \frac{7}{2}$$

$$B = \frac{11}{4} \div 8$$

$$C = 3 + \frac{2}{5}$$

$$D = \left(\frac{8}{3} - \frac{1}{6} \right) \times \frac{2}{5}$$



Exercice ⑤ (dans ton cahier)

Factorise les expressions suivantes :

$$A = 5x - 10$$

$$B = 13x - 6x^2$$

$$C = 8x^2 + 24$$

$$D = 40x + 35$$



Exercice ⑥ (sur ce TD)

Un livreur doit charger des colis dans sa camionnette, mais il a peur de dépasser le poids maximal autorisé. 12 colis représentent une masse de 87 kg.

1. Quelle sera la masse des 45 colis à charger ?

.....

.....

2. Le chargement maximal autorisé est 0,4 t (= tonne : 1 t = 1 000 kg). Peut-il charger tous ses colis ?

.....

.....



Exercice ⑦ (dans ton cahier)

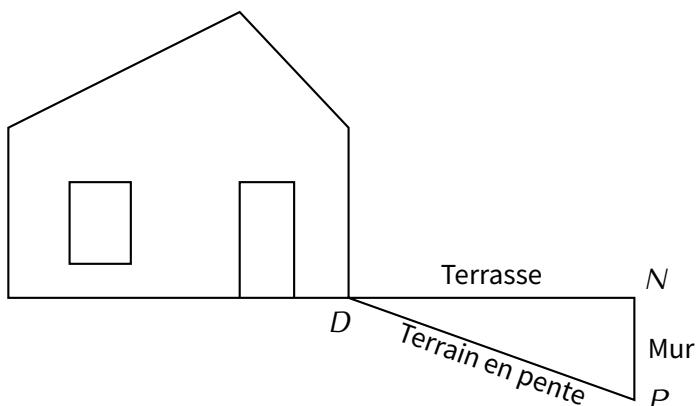
Un avion a mis 2 h 15 min pour relier deux villes distantes de 1 500 km.

Quelle a été la vitesse moyenne en km/h de cet avion (arrondie à l'unité) ?



Exercice ⑧ (dans ton cahier)

Sur le schéma ci-dessous, la terrasse est représentée par le segment $[DN]$. Elle est horizontale et mesure 4 m de longueur. Elle est construite au-dessus d'un terrain en pente qui est représenté par le segment $[DP]$ de longueur 4,20 m. Pour cela, il a fallu construire un mur vertical représenté par le segment $[NP]$.



Quelle est la hauteur du mur, arrondie au cm près ? Justifie.



Exercice ⑨ (sur ce TD)

Une voiture consomme 6 L d'essence aux 100 km.

Combien consommera cette voiture pour parcourir 425 km ?

.....
.....



Exercice ⑩ (sur ce TD)

Lors d'une étape du Tour de France, la vitesse moyenne du vainqueur a été de 38 km/h.

La longueur de l'étape était de 209 km, combien de temps (en h et min) le vainqueur a-t-il mis ?

.....
.....



Exercice ⑪ (sur ce TD)

Lors d'un examen, 912 candidats sur 1200 ont été reçus.

Quel est le pourcentage de réussite ?

.....
.....



Exercice ⑫ (dans ton cahier)

Un site internet vend des cartouches d'encre pour imprimante au tarif suivant : 10 € la cartouche et 40 € de frais de port (quelque soit le nombre de cartouches commandées).

Sonia dispose de 135 €, elle se demande combien de cartouche elle peut commander.

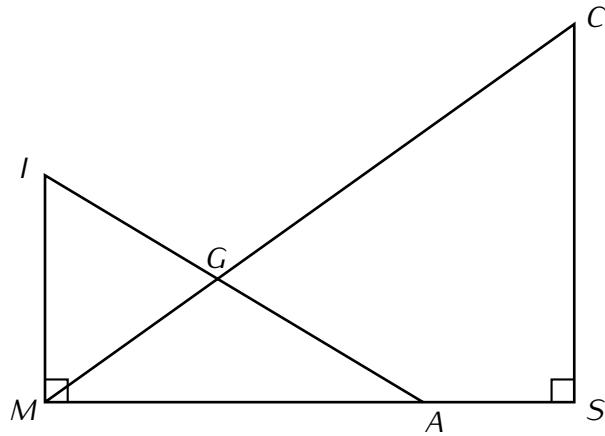
1. On note x le nombre de cartouches commandées. Exprime en fonction de x combien Sonia va payer.
2. Trouve l'équation qu'il faut résoudre pour répondre à Sonia.
3. Combien Sonia pourra-t-elle commander de cartouches ?



Exercice 13 (dans ton cahier)

Données :

$$\begin{aligned} AS &= 3 \text{ cm} \\ CS &= 7 \text{ cm} \\ MS &= 12 \text{ cm} \end{aligned}$$



Calcule MC (arrondis au dixième).

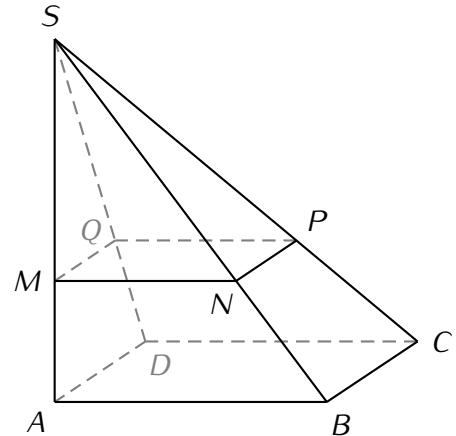
Exercice 14 (dans ton cahier)

Sur la figure ci-contre, $SABCD$ est une pyramide à base carrée de hauteur $[SA]$ telle que $AB = 9 \text{ cm}$ et $SA = 12 \text{ cm}$.

M est un point de $[SA]$ tel que $SM = 6 \text{ cm}$.

On appelle $MNPQ$ la section de la pyramide $SABCD$ par le plan parallèle à la base passant par M , donc $(MN) \parallel (AB)$

1. Calcule le volume de la grande pyramide $SABCD$.
2. Calcule MN .
3. Calcule le volume de la petite pyramide $SMNPQ$.
4. Que remarques-tu entre les réponses des questions 1 et 3 ?



Exercice 15 (dans ton cahier)

Le Mont Saint Michel est entouré par la mer qui est soumise au phénomène des marées.

La traversée de la baie ne peut se faire qu'à marée basse.

1. Le tableau ci-dessous est extrait d'un calendrier des marées :

Date	Pleines mers						Basses mers			
	Matin	haut. (h:min)	coef.	Soir	haut. (h:min)	Matin	haut. (h:min)	Soir	haut. (h:min)	
1 M	3:26	3,65		72	15:48	4,05	77	9:26	1,00	22:01
2 M	4:24	4,00	81	16:43	4,25	86	10:22	0,85	22:57	0,60
3 J	5:19	4,15	90	17:35	4,40	93	11:14	0,70	23:50	0,45
4 V	6:10	4,20	95	18:25	4,45	96	—	—	12:03	0,65
5 S	6:58	4,15	96	19:13	4,45	95	0:40	0,40	12:51	0,65
6 D	7:43	4,05	93	20:00	4,30	90	1:30	0,45	13:57	0,70
7 L	8:27	3,90	86	20:46	4,15	81	2:16	0,60	14:23	0,85
8 M	9:11	3,70	76	21:31	3,90	70	3:01	0,60	15:09	1,05
9 M	9:57	3,55	85	22:20	3,65	59	3:46	1,05	15:57	1,25
10 J	10:49	3,35	53	23:16	3,40	48	4:35	1,30	16:51	1,45

- (a) Quel jour la marée est-elle basse à 11 h 14 min ?
- (b) Le samedi 5, quelle est la durée écoulée entre les deux « pleines mers » (indication : à la calculatrice, 19 h 13 min s'écrit  ...)?
2. Le trajet prévu est long de 13 km et devra se faire en 2 h 30 min. Quelle sera la vitesse moyenne du groupe en km/h ?