

4ème - Proportionnalité

COMPÉTENCES ÉVALUÉES DANS CE CHAPITRE :

(T : compétences transversales, N : activités numériques, G : activités géométriques, F : gestion de données et fonctions)

Intitulé des compétences		Eval.1	Eval.2	Eval.3
T1	Connaître le vocabulaire, les définitions et les propriétés du cours	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
F1	Calculer une quatrième proportionnelle	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
F2	Effectuer des calculs faisant intervenir des pourcentages	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
F3	Utiliser, dans un repère du plan, la caractérisation de la proportionnalité par l'alignement de points avec l'origine	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
F4	Calculs de vitesses, distances et durées grâce à la formule $d = v \times t$	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
		Taux de réussite :%/20		
		Note du chapitre :/20		
		Moyenne de la classe :/20		

* : cette compétence fait partie du **socle commun**.

Légende du tableau de compétences :

Deux points verts : *Je sais très bien faire*

Un point vert : *Je sais bien faire, mais il reste quelques erreurs*

Un point rouge : *Je ne sais pas bien faire, il y a trop d'erreurs*

Deux points rouges : *Je sais pas faire du tout*

26.1 Proportionnalité

Définition

Deux grandeurs sont dites **proportionnelles** si on passe des valeurs de l'une aux valeurs de l'autre en multipliant toujours par le même nombre, appelé **coefficient de proportionnalité**.

On présente souvent les situations de proportionnalité à l'aide d'un tableau ; par exemple :

Grandeur 1	5	11	$\times 2,2$
Grandeur 2	12	24,2	

$$\frac{12}{5} = \frac{24,2}{11} = 2,2$$

ce tableau est un tableau de proportionnalité, et le coefficient de proportionnalité est égal à 2,2.

On peut ajouter une nouvelle colonne à un tableau de proportionnalité en multipliant l'une des colonnes par un nombre non nul :

Grandeur 1	5	11	15	$\times 3$
Grandeur 2	12	24,2	36	$\times 3$

On peut ajouter une nouvelle colonne à un tableau de proportionnalité en additionnant deux de ses colonnes :

Grandeur 1	5	11	16
Grandeur 2	12	24,2	36,2

26.2 Calculer une quatrième proportionnelle

Pour compléter un tableau de proportionnalité tel que celui-ci :

Grandeur 1	5	21
Grandeur 2	12	x

on peut aussi appliquer la **propriété des produits en croix égaux** :

$$\text{On a } \frac{12}{5} = \frac{x}{21} \quad \text{et donc} \quad 12 \times 21 = 5 \times x \quad \text{et ainsi} \quad x = \frac{12 \times 21}{5} \quad \text{ce qui donne} \quad x = 50,4$$

26.3 Pourcentages

1. Calculer un pourcentage

Dans une classe de 24 élèves on trouve 15 garçons ; pour déterminer le pourcentage que représentent les garçons dans la classe, on peut compléter le tableau de proportionnalité suivant :

15	x
24	100

$$\text{ce qui donne } x = \frac{15 \times 100}{24} \text{ et donc } x = 62,5.$$

Les garçons représentent 62,5% des élèves de la classe

2. Appliquer un pourcentage

Dans un bureau de vote, il y a eu 450 votants, et 40% d'entre eux ont voté pour le candidat A ; pour déterminer combien de voix le candidat A a recueilli dans ce bureau de vote, on peut compléter le tableau de proportionnalité suivant :

x	40
450	100

$$\text{ce qui donne } x = \frac{40 \times 450}{100} \text{ et donc } x = 180.$$

Le candidat A a recueilli 180 voix dans ce bureau de vote.

26.4 Proportionnalité et représentation graphique dans un repère du plan

Propriété

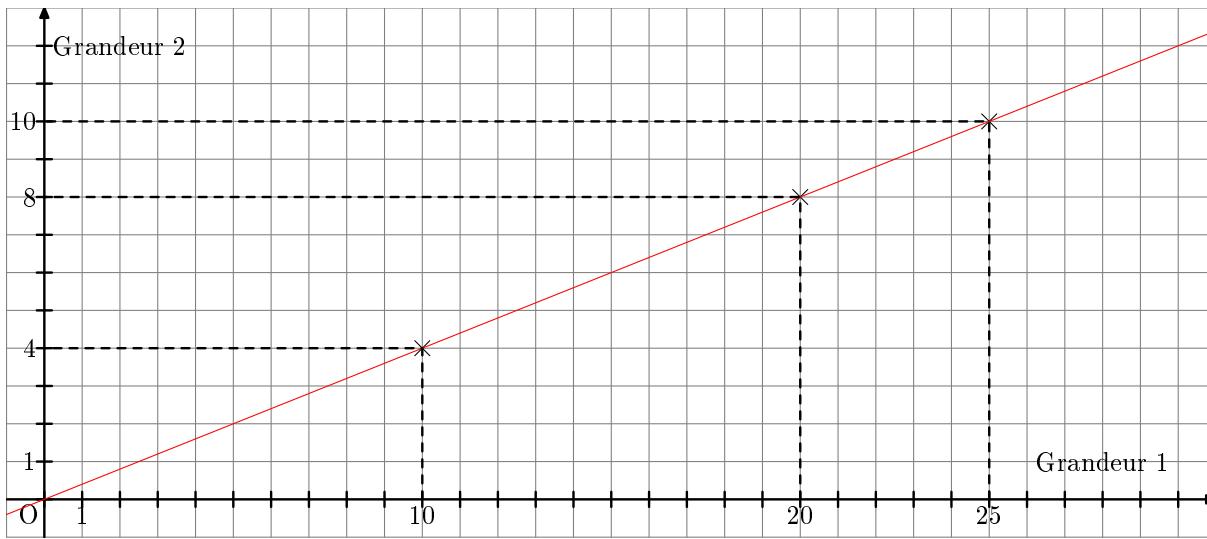
Dans un repère du plan :

- si on représente une situation de proportionnalité, alors on obtient des points alignés avec l'origine du repère.
- si on a des points alignés avec l'origine du repère, alors cette représentation graphique illustre une situation de proportionnalité.

Par exemple :

Grandeur 1	10	20	25
Grandeur 2	4	8	10

Cette situation de proportionnalité est représentée graphiquement dans un repère par des points alignés avec l'origine :



26.5 Calculer une vitesse moyenne, une distance, une durée grâce à la relation $d = v \times t$

Définition

Le mouvement d'un mobile sera dit **uniforme** si la durée du parcours est proportionnelle à la distance parcourue ; dans ce cas, le coefficient de proportionnalité est appelé **vitesse moyenne** du mobile. Si on note d la distance parcourue, t la durée du parcours et v la vitesse moyenne,

on a la relation $d = v \times t$. On a également les relations $v = \frac{d}{t}$ et $t = \frac{d}{v}$

1. Calculer une vitesse moyenne

Un automobiliste effectue un trajet de 522 kilomètres en 6 heures ; quelle est sa vitesse moyenne ?

Ici, on a $d = 522$ km et $t = 6$ h ; on a donc $v = \frac{d}{t} = \frac{522}{6} = 87$ km/h (ou km.h⁻¹).

Cet automobiliste roule donc à la vitesse moyenne de 87 km/h.

On peut effectuer un **changement d'unité de vitesse** de la manière suivante :

On a $d = 522\ 000$ m et $t = 6 \times 60 \times 60 = 21\ 600$ secondes ; ainsi $v = \frac{d}{t} = \frac{522\ 000}{21\ 600} \approx 24$ m/s (ou m.s⁻¹).

2. Calculer une distance

Un automobiliste roule à la vitesse moyenne de 64 km/h pendant 3h15min. Quelle distance a-t-il parcouru ?

On commence par convertir la durée du parcours en **nombre décimal d'heures** :

$$3h15min = 3h \frac{15}{60} h = 3h\frac{1}{4}h = 3,25h.$$

Puis on applique la formule : $d = v \times t = 64 \times 3,25 = 208$ km.

Cet automobiliste a parcouru 208 kilomètres.

3. Calculer une durée

Un automobiliste roule à la vitesse moyenne de 80 km/h sur une distance de 272 km. Combien de temps ce parcours lui prendra-t-il ?

On applique la formule : $t = \frac{d}{v} = \frac{272}{80} = 3,4\text{h.}$

On convertit en heures et minutes : $3,4\text{h}=3\text{h}+0,4\text{h}=3\text{h}+(0,4 \times 60)\text{min}=3\text{h}24\text{min}$

Cet automobiliste roulera pendant 3 heures et 24 minutes.