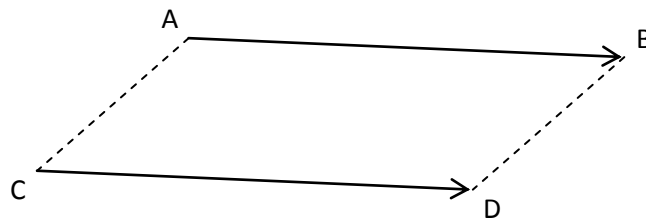


I. TRANSLATION - ÉGALITE VECTORIELLE.

a.

B est l'image de A par la translation qui transforme C en D revient à dire que ABDC est un parallélogramme.



b. Écriture vectorielle d'une translation :

Concrètement, cela signifie que « le trajet qui va de A à B est exactement le même que celui qui va de C à D ». Ces deux trajets ont :

- La même **direction** (Car les droites (AB) et (CD) sont parallèles).
- Le même **sens** (de A vers B, de C vers D).
- La même **longueur** (car $AB = CD$).

On dit que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont **égaux** et on note $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Remarque :

Dans le parallélogramme ABCD, on peut aussi écrire les égalités suivantes :

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC}$$

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$$

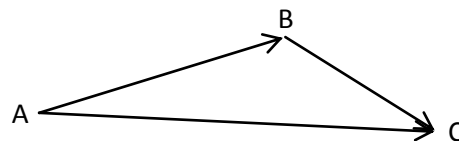
$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DB}$$

II. SOMME DE DEUX VECTEURS.

a. Composée de deux translations :

A a pour image B par une translation, de vecteur \overrightarrow{AB} .

B a pour image C par une translation, de vecteur \overrightarrow{BC} .



La composée de ces deux translations est la translation qui transforme directement A en C, de vecteur \overrightarrow{AC} .

On note :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Cette égalité s'appelle la **Relation de Chasles**. Elle permet de transformer une somme de deux vecteurs en un seul vecteur, et réciproquement.

b. Vecteur nul :

Le **vecteur nul**, noté $\vec{0}$ est le vecteur \overrightarrow{AA} , \overrightarrow{BB} , ...

D'après la relation de Chasles, pour tout vecteur \overrightarrow{AB} , on a : $\overrightarrow{AB} + \vec{0} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$.

c. Opposé d'un vecteur :

On dit que le vecteur \overrightarrow{BA} est **l'opposé** du vecteur \overrightarrow{AB} .

En effet, d'après la relation de Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

d. Notation particulière (exemple) :

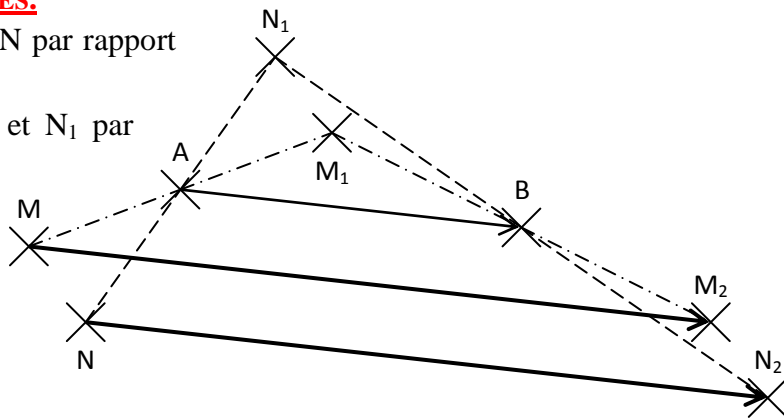
Par commodité, on note parfois $2\overrightarrow{AB}$ à la place de la somme $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$.

III. COMPOSITION DE DEUX SYMETRIES CENTRALES.

M_1 et N_1 sont les symétriques respectifs de M et N par rapport à A .

M_2 et N_2 sont les symétriques respectifs de M_1 et N_1 par rapport à B .

Alors, les points M_2 et N_2 sont les symétriques respectifs de M et N par la composée des deux symétries centrales précédentes.



Remarque :

On dirait bien que $\overrightarrow{MM_2} = \overrightarrow{NN_2} = 2 \overrightarrow{AB}$

En effet, cette composition de deux symétries de centres A puis B revient en fait à une translation de vecteur $2 \overrightarrow{AB}$.

IV. Caractérisation d'une égalité vectorielle.

a. Parallélogramme :

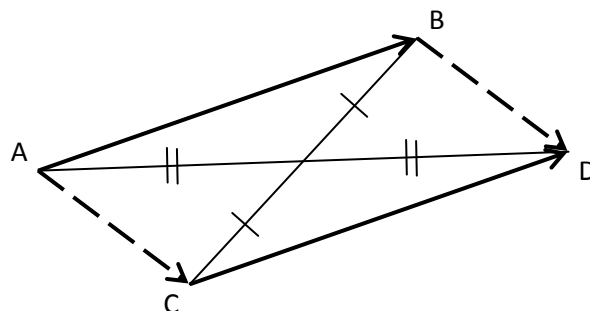
Dans la mesure où l'égalité $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ revient à dire que $ABDC$ est un parallélogramme, on peut écrire les propositions suivantes :

Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$,

ALORS les segments $[AD]$ et $[BC]$ ont le même milieu.

Si les segments $[AD]$ et $[BC]$ ont le même milieu,

ALORS on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.



b. Milieu d'un segment :

Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$, ALORS B est le milieu du segment $[AC]$.

Si B est le milieu du segment $[AC]$, ALORS $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.

