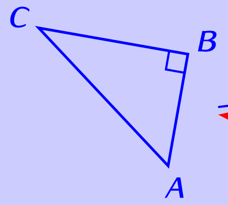
Chapitre 9

Pythagore, le retour

Introduction



théorème de Pythagore →

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

← réciproque du théorème de Pythagore

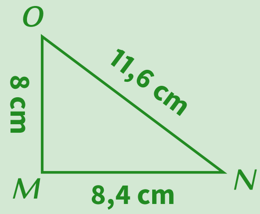
— On utilise la réciproque du théorème de Pythagore pour montrer qu'un triangle est rectangle ; pour cela il suffit de montrer que l'égalité de Pythagore est vraie dans ce triangle.

— On utilise la contraposée du théorème de Pythagore pour montrer qu'un triangle n'est pas rectangle ; pour cela il suffit de montrer que l'égalité de Pythagore est fausse dans ce triangle.

Méthode (montrer qu'un triangle est rectangle)

Pour montrer qu'un triangle est rectangle quand on connaît la longueur de tous ses côtés :

1. **On identifie le plus grand côté, puis on fait deux calculs séparément :**
   - **Le plus grand côté qu'on élève au carré.**
   - **L'addition des deux autres côtés élevés au carré.**
2. **Si les deux résultats sont les mêmes, alors on écrit qu'il y a égalité.**
3. **On donne le nom de la propriété : « réciproque du théorème de Pythagore »**
4. **On écrit que le triangle est rectangle, en précisant où est l'angle droit (c'est toujours le sommet "en face" du côté le plus long).**



Montre que le triangle MNO est rectangle.

Réponse :

D : Le plus grand côté est $[NO]$.

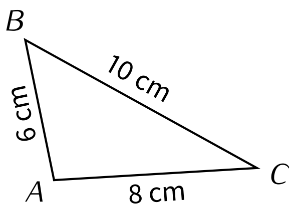
- $NO^2 = 11{,}6^2 = 134{,}56$.
- $MN^2 + MO^2 = 8^2 + 8{,}4^2 = 134{,}56$.

L'égalité est donc vraie.

P : D'après la réciproque du théorème de Pythagore,

C : Le triangle MNO est rectangle en M.

■ **Exercice 1 (sur ce TD) :** Complète les exemples suivants :



D : Le plus grand côté est . . . . . .

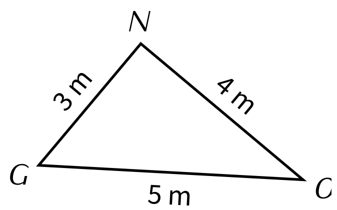
- $BC^2 = \dots\dots^2 = \dots\dots$
- $AB^2 + AC^2 = \dots^2 + \dots^2 = \dots\dots$

L'égalité est donc . . . .

P : Donc d'après . . . .

. . . . ,

C : Le triangle ABC est rectangle en . . . .



D : Le plus grand côté est . . . . . .

- $\dots\dots^2 = \dots\dots^2 = \dots\dots$
- $\dots\dots^2 + \dots\dots^2 = \dots^2 + \dots^2 = \dots\dots$

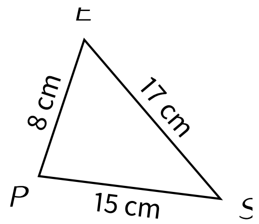
. . . .

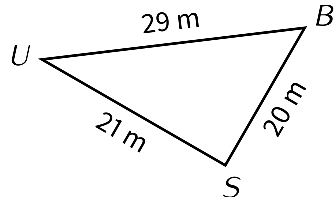
P : Donc . . . .

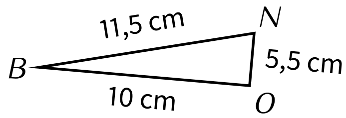
. . . . ,

C : . . . .

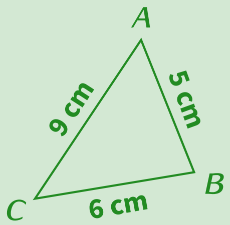
■ **EXERCICE 2 (DANS TON CAHIER) :** Montre que les triangles suivants sont rectangles :

a) 

b) 

c) 

Méthode (MONTRER QU'UN TRIANGLE N'EST PAS RECTANGLE)



Le triangle ABC est-il rectangle ?

D : Le plus grand côté est $[AC]$.

- $AC^2 = 9^2 = 81$
- $BC^2 + AB^2 = 6^2 + 5^2 = 61$

Il n'y a pas égalité, on l'écrit

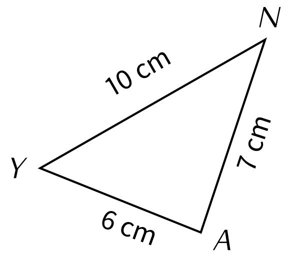
L'égalité est donc fausse.

P : Donc d'après la contraposée du théorème de Pythagore,

C : Le triangle ABC n'est pas rectangle.

On conclut en citant la propriété utilisée

■ **EXERCICE 3 (SUR CE TD) :** Complète les exemples suivants :



Le triangle AYN est-il rectangle ?

D : Le plus grand côté est . . . . . .

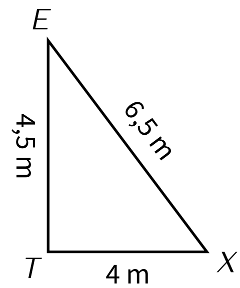
- $NY^2 =$ . . . . . . $=$ . . . . . .
- . . . . . . $+$ . . . . . . $=$ . . . . . . $+$ . . . . . . $=$ . . . . . .

L'égalité est donc . . . .

P : Donc d'après . . . .

. . . . ,

C : Le triangle AYN . . . .



Le triangle TEX est-il rectangle ?

D : . . . .

. . . .

. . . .

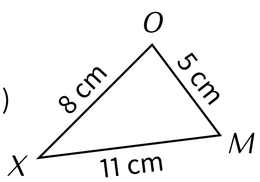
. . . .

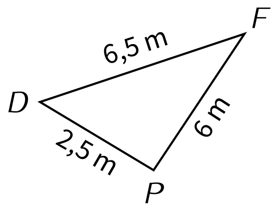
P : Donc . . . .

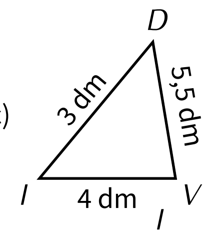
. . . . ,

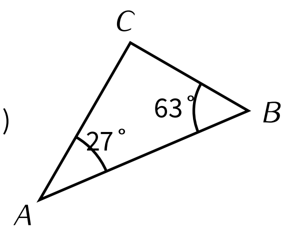
C : . . . .

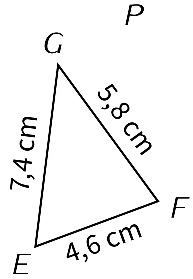
■ **EXERCICE 4 (DANS TON CAHIER) :** Les triangles suivants sont-ils rectangles ? Justifie.

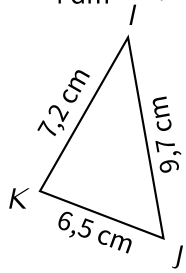
a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

FEUILLE DE RÉVISIONS N° 9

Exercice ① (sur ce TD)

Pour chaque question, entoure la bonne réponse :

1. L'expression $5 - 6x + 9x + 7$ est égale à :

   a) 15   b) $12 - 3x$ c) $12 + 3x$ d) $12 + 3x^2$

2. Parmi les nombres suivant, lequel est une solution de l'équation $4x^2 - 6x - 10 = 0$:

   a) 0   b) -1 c) -2 d) 4

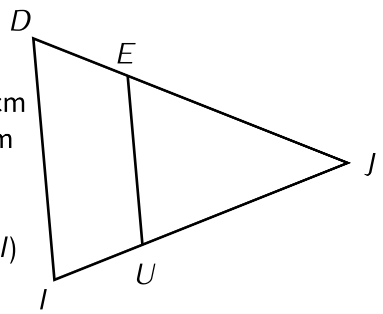
3. Sur une année une bibliothèque propose le tarif suivant pour l'emprunt de livres : une cotisation annuelle de 10 € à laquelle s'ajoutent 50 centimes par livre emprunté. Si j'emprunte x livres dans l'année, je vais payer :

   a) 10,50 €   b) $10x + 0{,}5$ €   c) $10 + 0{,}5x$ €   d) $10{,}50x$ €

Exercice ② (dans ton cahier)

a)

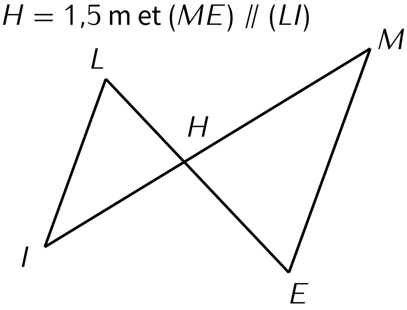
Données :
$JD = 6{,}2$ cm
$JI = 5{,}8$ cm
$DI = 7$ cm
$JE = 2$ cm
$(UE) \parallel (DI)$



Calcule UJ (arrondi au dixième de cm).

b)

Données :
$HE = 3$ m et $HM = 4{,}5$ m
$LH = 1{,}5$ m et $(ME) \parallel (LI)$



Calcule IH (arrondis au dixième de m).

Exercice ③ (dans ton cahier)

Résous les équations suivantes :

a) $5x = 72$ b) $x - 9 = 36$ c) $x + 28 = 16$ d) $7x = 60$

e) $2x + 7 = 35$ f) $6x - 14 = 34$ g) $3x + 4 = 17$ h) $10x - 19 = 0$

Exercice ④ (dans ton cahier)

Calcule (en détaillant) et donne le résultat sous forme irréductible :

$A = \frac{1}{3} + \frac{8}{5}$ $B = \frac{2}{5} \div 8$ $C = 10 - \frac{4}{5}$ $D = \frac{17}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{6}{5}$

Exercice ⑤ (sur ce TD)

Le débit d'un fleuve est de 5 m^3/s le lundi.

1. Le mardi ce débit à augmenté de 10%. Calcule le débit du fleuve le mardi :

   ....

   ....

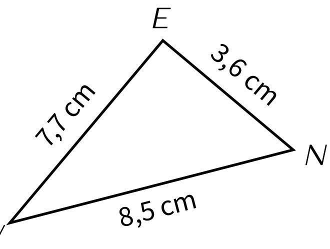
2. Le mercredi le débit a baissé de 10% *par rapport à celui du mardi*. Calcule le débit du fleuve le mercredi :

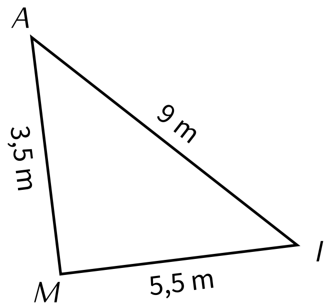
   ....

   ....

Exercice ⑥ (dans ton cahier)

Les triangles suivants sont-ils rectangles ? Justifie la réponse.

a) 

b) 

Exercice ⑦ (sur ce TD)

1. Complète le tableau suivant :

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$3x^2-4x+7$	27						39	62

2. En utilisant ce tableau, trouve une solution de l'équation $3x^2-4x+7=11$:

....

Exercice ⑧ (sur ce TD)

Une entreprise fabrique des saladiers en faïences. Ils sont vendus 5,50 € pièce. Cette entreprise aimerait savoir combien de saladiers vendre pour encaisser au moins 6 500 €.

1. On note x le nombre de saladiers vendus. Quelle expression littérale donne l'argent encaissé ?

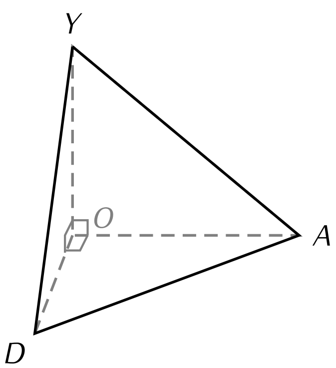
....

2. Quelle équation doit-on résoudre pour répondre à l'entreprise ?

Il s'agit de résoudre l'équation ....

3. Répondre à la question posée par l'entreprise.

Exercice ⑨ (sur ce TD)



$YODA$ est une pyramide à base triangulaire telle que : $YO = 4{,}5$ cm ; $OD = 3$ cm ; $OA = 4$ cm et $AD = 5$ cm.

1. Calcule le volume de $YODA$.

....

2. Calcule YA (arrondi au dixième).

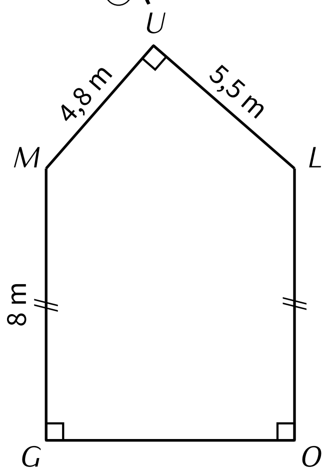
....

....

....

....

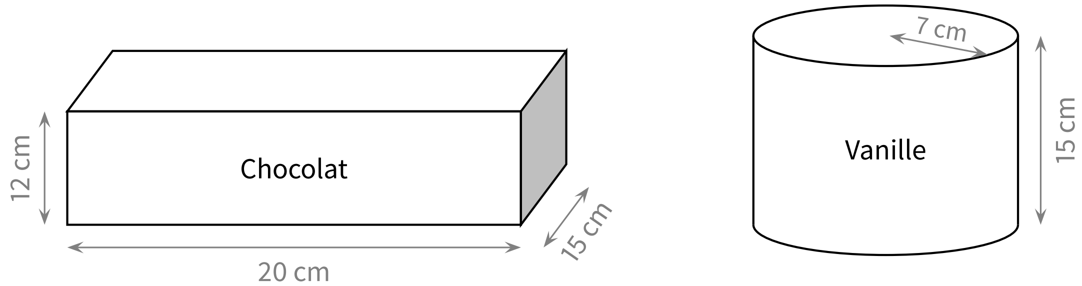
Exercice ⑩ (dans ton cahier)



1. Quelle est la nature de $MGOL$? Prouve-le.
2. Calcule le périmètre du polygone $GOLUM$.
3. Calcule l'aire du polygone $GOLUM$.

Exercice ⑪ (dans ton cahier)

Un restaurant propose en dessert des coupes de glace composées de trois boules supposées parfaitement sphériques, de diamètre 4,2 cm.
Le pot de glace au chocolat ayant la forme d'un parallélépipède rectangle est plein, ainsi que le pot de glace cylindrique à la vanille de rayon 7 cm.

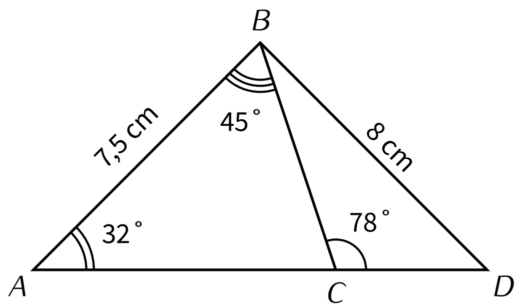


1. (a) Calcule le volume d'un pot de glace au chocolat.
   (b) Calcule la valeur arrondie au cm^3 du volume d'un pot de glace à la vanille.
2. Le restaurateur veut constituer des coupes avec deux boules au chocolat et une boule à la vanille. On admet qu'une boule de glace a un volume de 39 cm^3 et le restaurateur doit faire 100 coupes de glace.
   (a) De quelle volume de glace au chocolat aura-t-il besoin ?
   (b) En déduire combien de pots au chocolat il doit acheter.
   (c) Combien doit-il acheter de pots à la vanille ?

Exercice ⑫ (sur ce TD)

En regardant le dessin, que peut-on conjecturer (= faire comme hypothèse, ou supposer) sur les points A, C et D ?

Démontre que c'est faux.



....

....

....

....

....

....

....