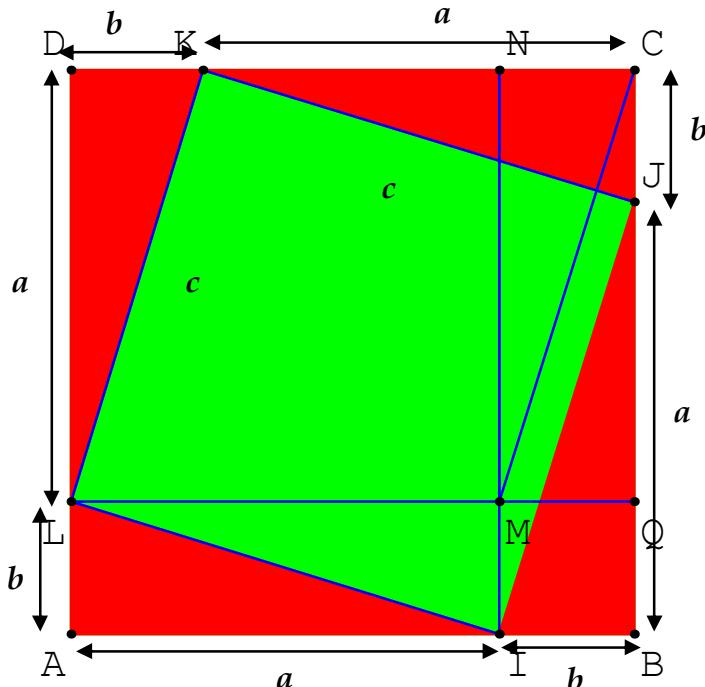


THEOREME DE PYTHAGORE

1) Activité préparatoire



ABCD est un carré.

On découpe à chaque « coin », un triangle de mêmes dimensions :

$AI = BJ = CK = DL = a$ et

$AL = IB = JC = KD = b$.

Alors, en vert, on a un carré de côté $IL = IJ = JK = KL = c$.

L'aire du carré IJKL est égale à l'aire du carré ABCD moins l'aire des 4 triangles rouges.

L'aire du carré ABCD est $(a+b)^2$.

L'aire d'un triangle rouge est :

$$\frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2} = \frac{a \times b}{2}.$$

L'aire du carré IJKL est donc :

$$(a+b)^2 - 4 \times \frac{a \times b}{2} = c^2.$$

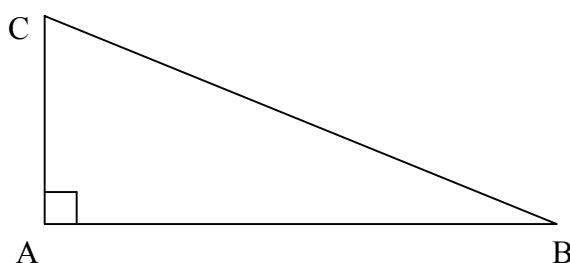
$$(a+b)(a+b) - 2 \times ab = c^2.$$

$$\text{On développe et on obtient } a^2 + b^2 + 2 \times ab - 2 \times ab = c^2$$

$$\text{D'où : } a^2 + b^2 = c^2$$

2) Théorème de Pythagore :

Théorème : Dans un triangle ABC rectangle en A, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des 2 autres côtés. $AB^2 + AC^2 = BC^2$.



Exemple n°1 : ABC est un triangle rectangle en B tel que $AB = 4 \text{ cm}$ et $BC = 3 \text{ cm}$. Calculer AC.

$$(AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 = 5^2. \text{ Donc } AC = 5 \text{ cm})$$

Exemple n°2 : ABC est un triangle rectangle en C tel que $AB = 7 \text{ cm}$ et $AC = 4 \text{ cm}$. Calculer BC.

$$(BC^2 = AB^2 - AC^2 = 7^2 - 4^2 = 49 - 16 = 33. \text{ Donc } BC = \sqrt{33} \approx 5,7).$$

3) Réciproque du théorème de Pythagore :

Théorème : ABC est un triangle tel que $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors ABC est un triangle rectangle en A.

Exemple 1 : $AB = 5$; $AC = 13$; $BC = 12$, en cm.
 $AB^2 + BC^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$; $AC^2 = 13^2 = 169$.
Donc $AB^2 + BC^2 = AC^2$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore,
ABC est un triangle rectangle en B.

Exemple 2 : $AB = 3,5$; $AC = 3,5$; $BC = 5$, en cm.
 $AB^2 + AC^2 = 3,5^2 + 3,5^2 = 12,25 + 12,25 = 24,5$; $BC^2 = 5^2 = 25$.
Donc $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$.
Si ABC était rectangle, en A, d'après le théorème de Pythagore,
on aurait $AB^2 + AC^2 = BC^2$. C'est faux.
Donc ABC n'est pas rectangle en A.