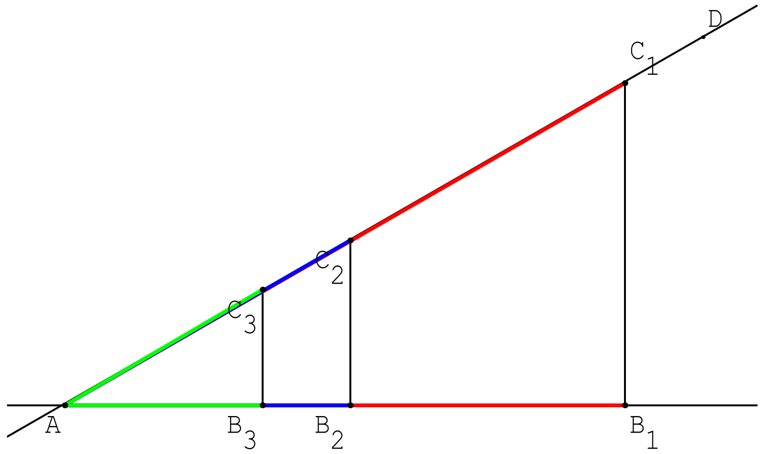
COSINUS

1) Activité préparatoire

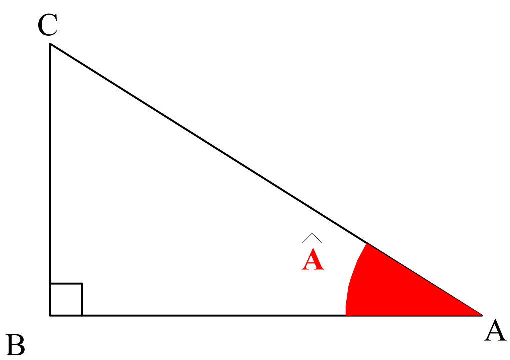
(B_1C_1), (B_2C_2) et (B_3C_3) sont 3 droites perpendiculaires à (AB_1).

Mesurer AB_1, AB_2, AB_3, AC_1, AC_2 et AC_3.

Comparer les rapports $\frac{AB_1}{AC_1}$, $\frac{AB_2}{AC_2}$ et $\frac{AB_3}{AC_3}$.



2) Cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle



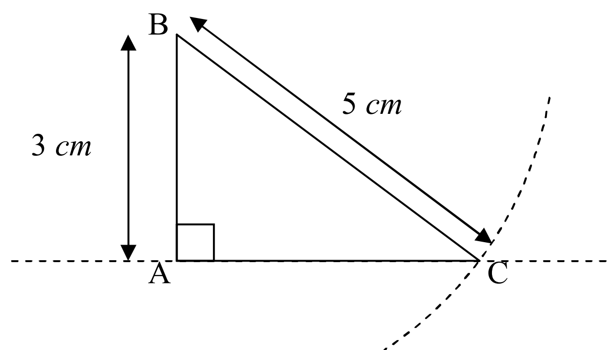
Définition :
Dans un triangle ABC rectangle en B, le cosinus de l'angle aigu $\widehat{A}$ est :

$$\cos \widehat{A} = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

Remarque : De même, $\cos \widehat{C} = \frac{CB}{CA}$

Exemple :

Sans utiliser, ni calculatrice ni rapporteur, construire un triangle ABC rectangle en A tel que $\cos \widehat{ABC} = \frac{3}{5}$.



3) Applications

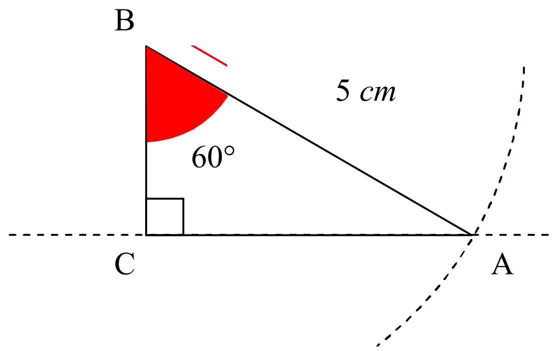
Propriété :

Dans un triangle ABC rectangle en B, $AB = AC \times \cos \widehat{A}$ et $AC = \frac{AB}{\cos \widehat{A}}$.

Exemples :

Exemple n°1 :

ABC est un triangle rectangle en C tel que
AB = 5 *cm* et $\widehat{B}$ = 60°.
Calculer BC et AC.

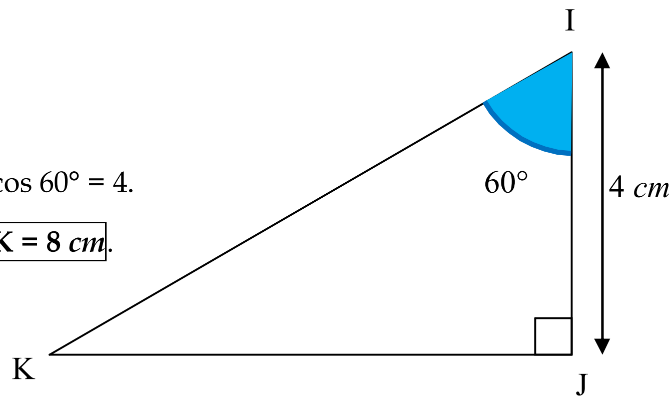


ABC est un triangle rectangle en C.
Donc $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{BC}{BA}$. Donc $\cos 60° = \dfrac{BC}{5}$.
D'où $BC = 5 \times \cos 60°$ = 5 × 0,5. $\boxed{\textbf{BC = 2,5 } cm}$.

De plus $\widehat{BAC} = 90° - 60° = 30°$.
Donc $\cos \widehat{BAC} = \dfrac{AC}{AB}$. Donc $\cos 30° = \dfrac{AC}{5}$.
D'où $AC = 5 \times \cos 30° \approx$ 5 × 0,866. $\boxed{\textbf{AC} \approx \textbf{4,3 } cm}$.

Exemple n°2 :

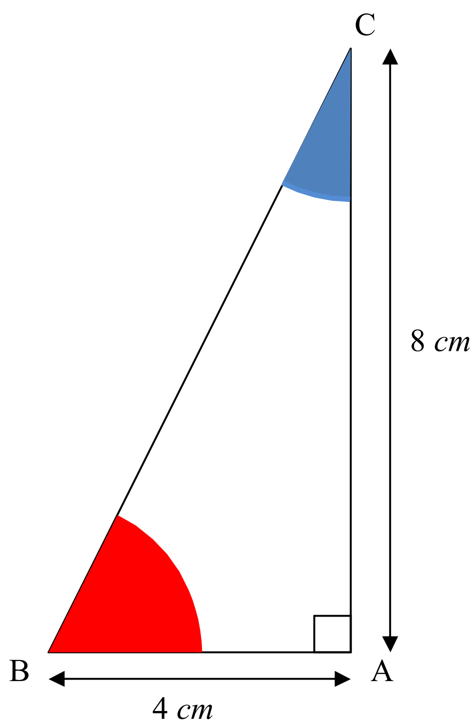
IJK est un triangle rectangle en J tel que IJ = 4 *cm* et $\hat{I}$ = 60°.
Calculer IK.



IJK est un triangle rectangle en J.
Donc $\cos \widehat{JIK} = \dfrac{IJ}{IK}$. Donc $\cos 60° = \dfrac{4}{IK}$.
On utilise la règle des produits en croix. IK × cos 60° = 4.
D'où $IK = \dfrac{4}{\cos 60°} = \dfrac{4}{0,5} = \dfrac{4}{\frac{1}{2}} = 4 \times \dfrac{2}{1}$. $\boxed{\textbf{Donc IK = 8 } cm}$.

Exemple n°3 :

ABC est un triangle rectangle en A tel que
AB = 4 *cm* et AC = 8 *cm*.
Calculer BC puis les mesures des angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$.



ABC est un triangle rectangle en A.
D'après le théorème de Pythagore $AB^2 + AC^2 = BC^2$.
Donc $BC^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80$.
Donc BC = $\sqrt{80} \approx 9$ *cm*.

D'où $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC} \approx \dfrac{4}{9}$. D'où $\boxed{\widehat{ABC} \approx \textbf{64°}}$.

De même $\cos \widehat{ACB} = \dfrac{AC}{CB} \approx \dfrac{8}{9}$. D'où $\boxed{\widehat{ACB} \approx \textbf{27°}}$.