

LES ÉQUATIONS

Objectifs d'apprentissage

- ☞ Résoudre des équations du premier degré ou Résoudre des équations simples se ramenant à la résolution d'équations du premier degré à une inconnue.
- ☞ Mathématiser et résoudre des situations en utilisant d'équations du premier degré à une inconnue.

Prérequis

- ☞ Résoudre une équation simple.
- ☞ Développer et factoriser des expressions algébriques.
- ☞ Effectuer une suite d'opérations avec ou sans parenthèses.
- ☞ Effectuer des calculs sur des nombres rationnels.

Gestion du temps

⌚ 6 heures

Outils didactiques

- ♣ Tableau.
- ♣ Livre scolaire.

❖ Pr : Abdelilah BOUTAYEB

❖ Niveau : 2^{ème} APIC

❖ Matière : Mathématiques

❖ Etablissement : Collège Nahda

Activité 1: 1) Traduit par équation l'équilibre de cette balance en prenant pour x la masse de l'inconnue ?



2) Donner la valeur de x

Activité 2: Quelle est la longueur (en cm) d'un rectangle de largeur 4 cm sachant que son aire est égale à : 40 cm^2 .

I- Equations du premier degré à une inconnue :

1) Vocabulaire :

* **Définition :** Une équation est dite du premier degré à une inconnue x lorsqu'elle peut s'écrire sous la forme :

$$ax + b = cx + d$$

* **Propriété :** Une équation du premier degré à une inconnue admet une seule, aucune ou plusieurs solutions.

2) Résoudre des équations du premier degré à une inconnue :

* **Définition :** Résoudre une équation à une inconnue, c'est trouver les valeurs de l'inconnue pour lesquelles l'égalité est vraie. Ce sont les solutions de l'équation.

* Exemples : Résoudre les équations suivantes :

1) $x + 4 = 1$

→ $x = 1 - 4$

→ $x = -3$

La solution de l'équation est -3

2) $x - 2 = -7$

→ $x = -7 + 2$

→ $x = -5$

La solution de l'équation est -5

3) $-5x = -2$

→ $x = \frac{-2}{-5}$

→ $x = \frac{2}{5}$

La solution de l'équation est $\frac{2}{5}$

4) $\frac{x}{3} = -4$

→ $x = -4 \times 3$

→ $x = -12$

La solution de l'équation est -12

3) Equations « produit nul » :

a/ Produit nul :

Exercice 1: Résoudre les équations suivantes :

$$x + 3 = 5 \quad \blacksquare \quad x - 7 = 3 \quad \blacksquare \quad 3x = 4$$

$$7x = 0 \quad \blacksquare \quad -2x = -8 \quad \blacksquare \quad \frac{x}{5} = \frac{-2}{3}$$

$$\frac{2}{5}x = 3 \quad \blacksquare \quad \frac{2}{7}x = \frac{3}{5}$$

Exercice 2: Résoudre les équations suivantes :

$$2x + 3 = 0 \quad \blacksquare \quad 5x - 1 = 2 \quad \blacksquare \quad 4 - 3x = 0$$

$$2x - (x - 4) = 5 \quad \blacksquare \quad 3(4x + 2) - 5 = -10$$

$$5x - 1 = 4x + 9 \quad \blacksquare \quad x + 2 = 7 + 2x \quad \blacksquare \quad 3x = 2 + 3x$$

$$-4 - 5x = 1 + 6x \quad \blacksquare \quad (x + 2)^2 = x^2 + 11$$

$$-4(-2x + 1) + x - 7 = 5x - (3 - 5x)$$

Exercice 3: Résoudre les équations suivantes :

$$\frac{2x + 1}{5} = \frac{x + 2}{5} \quad \blacksquare \quad \frac{-2x + 3}{8} = \frac{x}{4} - \frac{5}{8}$$

$$3x - 1 = \frac{x + 7}{2} \quad \blacksquare \quad \frac{x - 2}{3} - \frac{-x + 1}{5} = x - \frac{2 + x}{15}$$

Activités

Activité 3 : On considère le produit $m \times n$ avec m et n deux nombres réels.

- 1) Calculer $m \times n$ si $m = 0$
- 2) Calculer $m \times n$ si $n = 0$
- 3) Que peut-on déduire ?

Activité 4 : Deux enfants ont ensemble 200 DH. L'un des deux enfants a 20 DH de plus que l'autre. Combien a chaque enfant ?

Contenu de la leçon

*** Propriété :** Si un produit est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

b/ Equation $(ax + b)(cx + d) = 0$:

*** Propriété :** Les solutions de l'équation « produit nul » : $(ax + b)(cx + d) = 0$, sont les nombres x tels que :

$$ax + b = 0 \quad \text{ou} \quad cx + d = 0$$

*** Exemple :** * Résolution de l'équation $(x + 3)(x - 7) = 0$

$$(x + 3)(x - 7) = 0$$

C'est-à-dire : $x + 3 = 0$ ou $x - 7 = 0$

$$\rightarrow x = -3 \quad \text{ou} \quad x = 7$$

Les solutions de l'équation sont : -3 et 7.

II- Mettre en équation un problème :

* Méthode pour résoudre un problème :

- 1) Choix de l'inconnue.
- 2) Mise en équation (inéquation) du problème.
- 3) Résolution de l'équation (l'inéquation).
- 4) Vérification.
- 5) Interprétation du résultat.

*** Exemple :** Déterminer deux nombres consécutifs entiers naturels dont la somme est 2021.

*** Choix de l'inconnue :** $\begin{cases} \text{Soit } x \text{ le premier nombre entier naturel} \\ \text{Soit } x + 1 \text{ le deuxième nombre entier naturel} \end{cases}$

$$\text{** Mise en équation : } x + (x + 1) = 2021$$

$$\text{*** Résolution de l'équation : } x + x + 1 = 2021 \rightarrow 2x = 2021 - 1$$

$$\rightarrow 2x = 2020 \rightarrow x = \frac{2020}{2} \rightarrow x = 1010$$

$$\text{**** Vérification : } 1010 + 1011 = 2021$$

******* Interprétation :** Alors $\begin{cases} \text{Le premier nombre est : } x = 1010 \\ \text{Le deuxième nombre est : } x + 1 = 1010 + 1 = 1011 \end{cases}$

Evaluation

Exercice 4 : Résoudre les équations suivantes :

$$(x - 5)(x + 2) = 0 \quad \blacksquare \quad (2x + 3)(x - 4) = 0$$

$$x(5x - 4) = 0 \quad \blacksquare \quad (2x - 3)^2 = 0 \quad \blacksquare \quad x^2 = 16$$

$$9x^2 - 4 = 0 \quad \blacksquare \quad 5x^2 - x = 0 \quad \blacksquare \quad 7x^2 - 10x = 0$$

$$25x^2 - 49 - (5x + 7)(2x + 6) = 0$$

$$x^2 - 14x + 49 = 0$$

Exercice 5 : Déterminer trois nombres consécutifs entiers naturels dont la somme est 309.

Exercice 6 : Safae a 11 ans et son frère a 26 ans.

Dans combien d'années l'âge du frère sera-t-il le double de celui de Safae ?

Exercice 7 : Sur le schéma ci-dessous, ABCD est un carré et ABE est un triangle rectangle en A tel que AE=3 cm. Quelle doit être la longueur du côté du carré ABCD pour que son aire soit égale à l'aire du triangle rectangle ABE ?

