

CALCUL LITTERAL

RAPPEL : **Signe devant une parenthèse**

Règle : Dans une somme algébrique, les parenthèses précédées du signe + ne changent pas les signes des nombres situés dans la parenthèse. En revanche, celles précédées du signe – changent les signes.

Exemples : $A = 8 + (7 - 6) = 8 + 7 - 6 = 9$

$B = 8 - (7 - 6) = 8 - 7 + 6 = 7$ (soustraire un nombre revient à ajouter son opposé).

Remarque : Lorsque l'on écrit $-(7 - 6)$, on multiplie $(7 - 6)$ par (-1) ,

ce qui revient à prendre l'opposé de $7 - 6$. Ainsi : $-(7 - 6) = (-1) \times (7 - 6) = -7 + 6$

RAPPEL : **Suppression du symbole de multiplication**

Afin d'alléger les écritures, on peut ne pas écrire le signe $\times$ dans les calculs lorsqu'il est suivi d'une lettre ou d'une parenthèse. Par exemple :

- | | | | | |
|---|------------------------------|---------|----------------------|-------------------------------------|
| → | « $3 \times (5 + 6)$ » | devient | « $3 (5 + 6)$ » | qui se lit « 3 facteur de $5 + 6$ » |
| → | « $(1 + 2) \times (3 + 4)$ » | devient | « $(1 + 2)(3 + 4)$ » | |
| → | « $5 \times a$ » | devient | « $5 a$ » | |
| → | « $a \times b$ » | devient | « $a b$ » | |

RAPPEL : **Priorité des calculs**

Règle : Dans une suite d'additions de nombres relatifs, les calculs s'effectuent en partant de la gauche :

Exemple : $A = 3 - 5 - 4 + 9$

OU

$A = 3 - 5 - 4 + 9$

$A = -2 - 4 + 9$

$A = 3 + 9 - 5 - 4$ (on regroupe les positifs)

$A = -6 + 9$

$A = 12 - 9$

$A = 3$

$A = 3$

Règle : Lors d'un calcul avec les opérateurs +, -, $\times$ et / et en présence de puissance, on effectue en priorité

1. Les calculs de puissance
2. Les multiplications et divisions
3. Les additions et soustractions

Exemple : $E = 3 \times 4^2 - 2 \times 4 + 1$

→ priorité au carré

$E = 3 \times 16 - 2 \times 4 + 1$

→ priorité aux deux multiplications

$E = 48 - 8 + 1$

→ priorité au calcul le plus à gauche

$E = 41$

RAPPEL : **Les puissances**

Règle : Pour tout nombre a et pour tous nombres relatifs m et n , on : $a^m \times a^n = a^{m+n}$

Exemple : $x^5 = x^3 \times x^2$

I. EXPRESSION NUMERIQUE, EXPRESSION LITTERALE OU ALGEBRIQUE.

a. Expression numérique :

Une expression numérique ne contient que des nombres.

Exemple :

« $A = -2 \times 5 + (5 - 8)$ » est une **expression numérique**.

→ on peut la **calculer** : $A = -2 \times 5 + (5 - 8) = -10 + (-3) = -10 - 3 = -13$.

b. Expression littérale :

Une expression littérale contient des nombres et des lettres représentant des variables.

Exemples :

« $B = 5x^2 + 3x + (4x - 2) - (x^2 + 1)$ » est une **expression littérale**.

→ $x^2 = x \times x$

→ « x » représente un nombre quelconque. C'est une **variable**, ou une **inconnue**.

« $C = 5x^2 + 3y + (4x - 2) - (y + 1)$ » est une **expression littérale** ayant 2 variables x et y .

Chaque lettre représente un nombre.

Si une même lettre figure plusieurs fois dans la même expression, elle y représente le même nombre.

c. Calcul d'une expression littérale :

Pour obtenir la valeur numérique d'une expression littérale, il suffit de remplacer chaque variable par la valeur proposée.

Exemple : Soit l'expression littérale : « $A = 2x + y - 3$ » : elle contient deux variables : « x » et « y ».

Si $x = 3$ et si $y = -2$, alors :

$$A = 2x + y - 3 = 2 \times 3 + (-2) - 3 = 6 - 2 - 3 = 4 - 3 = 1$$

Exemple : On considère l'expression : $E = 3x^2 - 2x + 1$

Calculer E pour $x = 4$ revient à effectuer les étapes suivantes :

$$E = 3 \times 4^2 - 2 \times 4 + 1 \quad \rightarrow \text{priorité au carré associé à la variable } x$$

$$E = 3 \times 16 - 2 \times 4 + 1 \quad \rightarrow \text{priorité aux deux multiplications}$$

$$E = 48 - 8 + 1 \quad \rightarrow \text{priorité au calcul le plus à gauche}$$

$$E = 40 + 1$$

$$E = 41$$

II. REDUCTION D'UNE EXPRESSION LITTERALE.

Réduire une expression, c'est l'écrire sans parenthèses et avec le moins de termes possibles.

Exemple : $A = 2x^2 + x - (6 + x - 2)$

$$A = 2x^2 + x - 6 - x + 2$$

$$A = 2x^2 - 4$$

Exemple : $A = 5x^2 + 3x + (4x - 2) - (x^2 + 1)$

→ on supprime les parenthèses en faisant bien attention aux signes :

$$A = 5x^2 + 3x + 4x - 2 - x^2 - 1$$

→ on regroupe les termes « en x^2 », les termes « en x » et les « constantes » :

$$A = 5x^2 - x^2 + 3x + 4x - 2 - 1$$

→ on compte les termes « en x^2 », les termes « en x » et les « constantes » :

$$A = (5-1)x^2 + (3+4)x - 2 - 1$$

→ on calcule :

$$A = 4x^2 + 7x - 3$$

III. DEVELOPPEMENT D'UNE EXPRESSION LITTERALE.

Développer, c'est transformer un produit en une somme ou une différence.

a. Développement simple (rappel) :

Pour tous nombres a , b et k on a :

$k(a + b) = ka + kb$		et	$k(a - b) = ka - kb$	
↑	↑		↑	↑
produit	somme		produit	différence

Exemples :

$$A = 5(x + 2)$$

$$A = 5 \times x + 5 \times 2$$

$$A = 5x + 10$$

$$B = 8(y - 5)$$

$$B = 8 \times y - 8 \times 5$$

$$B = 8y - 40$$

$$C = -4(5 - 3x)$$

$$C = -4 \times 5 + 4 \times 3x$$

$$C = -20 + 12x$$

b. Double développement :

Quelles que soient les valeurs de a , b , c et d , on a :

$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Exemple :

$$A = (x + 4)(2x + 3)$$

$$A = x \times 2x + x \times 3 + 4 \times 2x + 4 \times 3$$

$$A = 2x^2 + 3x + 8x + 12$$

$$A = 2x^2 + 11x + 12$$

IV. FACTORISATION D'UNE EXPRESSION LITTERALE.

Factoriser, c'est transformer une somme ou une différence en un produit.

Pour tous nombres a , b et k on a :

$ka + kb = k(a + b)$		et	$ka - kb = k(a - b)$	
↑	↑		↑	↑
somme	produit		différence	produit

Ce facteur commun peut être :

1) Un nombre

Exemples : $3x + 12 = 3 \times x + 3 \times 4 = 3(x + 4)$

$$16 - 2x = 2 \times 8 - 2 \times x = 2(8 - x)$$

2) Une variable

Exemples :

$$\begin{aligned}2x + 3x &= x \times 2 + x \times 3 \\ &= x(2 + 3) \\ &= 5x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4x^2 - xy &= x \times 4x - x \times y \\ &= x(4x - y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3x^2 + 7x &= x \times 3x + x \times 7 \\ &= x(3x + 7)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5x^6 - x^4y &= x^4 \times 5x^2 - x^4 \times y \\ &= x^4(5x^2 - y)\end{aligned}$$

3) Une expression

Exemples :

$$A = 25x^6 - 35x^4y$$

$$A = 5x^4 \times 5x^2 - 5x^4 \times 7y$$

$$A = 5x^4(5x^2 - 7y)$$

$$B = 48x^7y^5 - 56x^9y^3$$

$$B = 8 \times 6 \times x^7 \times y^3 \times y^2 - 8 \times 7 \times x^7 \times x^2 \times y^3$$

$$B = 8x^7y^3 \times 6y^2 - 8x^7y^3 \times 7x^2$$

$$B = 8x^7y^3(6y^2 - 7x^2)$$

$$A = 2(x+8) + (x+8)(x-5)$$

$$A = (x+8)[2 + (x-5)]$$

$$A = (x+8)[2 + x - 5]$$

$$A = (x+8)(x-3)$$

$$B = (x+1)(x+2) - (x+2)(8-x)$$

$$B = (x+2)[(x+1) - (8-x)]$$

$$B = (x+2)[x+1-8+x]$$

$$B = (x+2)(2x-7)$$

$$C = (2x+1)^2 + (2x+1)(x+3)$$

$$C = (2x+1) \times (2x+1) + (2x+1)(x+3)$$

$$C = (2x+1)[(2x+1) + (x+3)]$$

$$C = (2x+1)[2x+1+x+3]$$

$$C = (2x+1)(3x+4)$$

$$D = 42x^5y^3 - 30x^2y^7 - 18x^4y^4$$

$$D = 6x^2y^3 \times 7x^3 - 6x^2y^3 \times 5y^4 - 6x^2y^3 \times 3x^2y$$

$$D = 6x^2y^3(7x^3 - 5y^4 - 3x^2y)$$