

**RAPPEL** : On appelle **cercle circonscrit à un triangle** le cercle qui passe par les 3 sommets de ce triangle.

Son centre est toujours le point de concours des **médiatrices** des 3 côtés de ce triangle.

### Activité :

Construire un rectangle ABCD dont les diagonales se coupent en O.

**On sait que** les diagonales [AC] et [BD] se coupent en O.

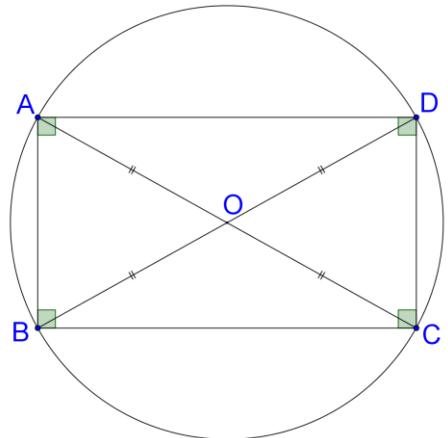
**Propriété** : Les diagonales d'un rectangle sont de même longueur et se coupent en leur milieu.

**Donc** O est le milieu de [AC] et [BD] et  $OA = OB = OC = OD$ .

Ainsi O est le centre du cercle passant par les 4 sommets A, B, C, D.

Un triangle rectangle correspond à un demi-rectangle coupé par une de ses diagonales.

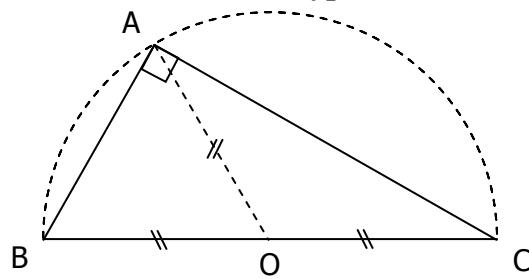
Donc O est le centre du cercle passant par les sommets A, B et C.



### I. CERCLE CIRCONSCRIT A UN TRIANGLE RECTANGLE.

#### Théorème du cercle circonscrit à un triangle rectangle :

**SI un triangle est rectangle, ALORS le milieu de son hypoténuse est le centre de son cercle circonscrit.**



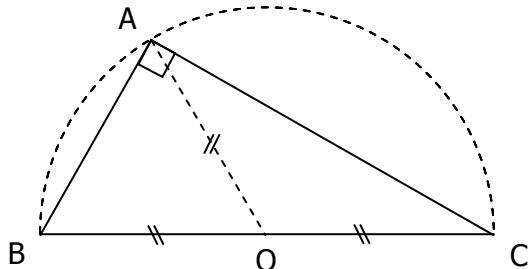
Dans ce cas, son hypoténuse est le diamètre de son cercle circonscrit.

On a : **OA = OB = OC** : le milieu de l'hypoténuse est équidistant des 3 sommets.

### II. TRIANGLE RECTANGLE ET MEDIANE.

#### **Propriété :**

**SI un triangle est rectangle, ALORS la médiane relative à son hypoténuse a pour longueur la moitié de la longueur de son hypoténuse.**



En effet : [OA], [OB] et [OC] sont des rayons

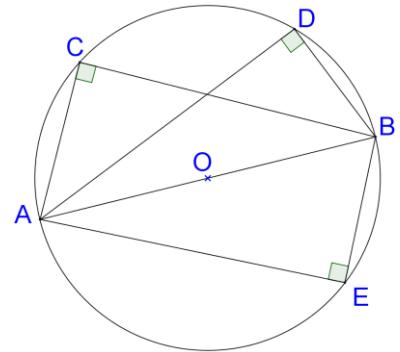
$$\textcolor{red}{OA = OB = OC}$$

$$\text{Donc : } OA = \frac{1}{2} \times BC \quad \text{et} \quad BC = 2 \times OA$$

### III. CARACTERISATION D'UN TRIANGLE RECTANGLE.

#### Réiproque du théorème du cercle circonscrit à un triangle rectangle

**SI un triangle est inscrit dans un cercle et si un de ses côtés est un diamètre de ce cercle, ce triangle est rectangle et son hypoténuse est un diamètre du cercle.**



On dit aussi :

**Si trois points sont sur un cercle, et si deux de ces points forment un diamètre de ce cercle, alors le triangle est rectangle et il a pour hypoténuse ce côté.**

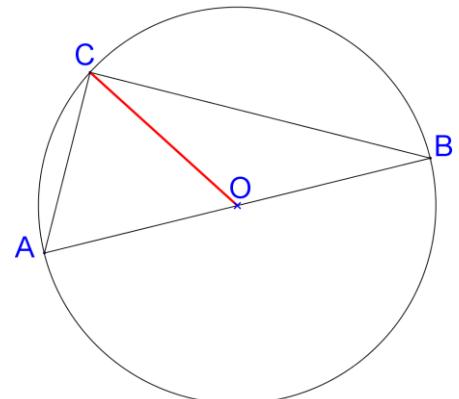
Application :

**SI point M appartenant au cercle de diamètre [BC], alors le triangle BMC est rectangle en M.**

### IV. THEOREME DE LA MEDIANE DANS UN TRIANGLE RECTANGLE.

**Propriété :**

**Si une médiane relative à un côté d'un triangle mesure la moitié de ce côté, ce triangle est rectangle et ce côté est son hypoténuse.**



On dit aussi:

**Si le milieu d'un côté est équidistant des trois sommets, alors le triangle est rectangle.**

Application :

**SI un point O est le milieu de [AB] et si  $OA = OB = OC$ , alors le triangle ABC est rectangle en C et [AB] est un diamètre de son cercle circonscrit.**