

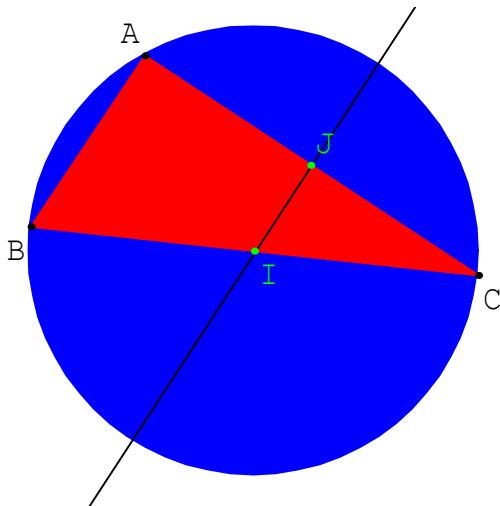
TRIANGLE RECTANGLE ET CERCLE CIRCONSCRIT

1) Cercle circonscrit à un triangle rectangle :

a) Propriété 1 :

Si ABC est un triangle rectangle en A, le centre du cercle circonscrit au triangle ABC est alors, le milieu I de l'hypoténuse [BC].

Démonstration :



$BI = IC$. Donc I est sur la médiatrice de [BC].

La parallèle à (AB) passant par I coupe [AC] en J.

Alors d'après la réciproque du théorème des milieux, J est le milieu de [AC].

De plus $(IJ) \parallel (AB)$ et $(AB) \perp (AC)$,

alors $(IJ) \perp (AC)$. Donc (IJ) est la médiatrice de [AC]. Donc I est le point d'intersection des médiatrices du triangle ABC.

I est le centre du cercle circonscrit à ABC.

b) Propriété 2 : Réciproque.

Si ABC est un triangle dont le cercle circonscrit a pour diamètre [BC], alors ABC est un triangle rectangle en A.

Démonstration :

Le centre du cercle circonscrit est alors le milieu I de [BC]. $IA = IB = IC$.

Donc I est sur la médiatrice (Δ) de [AC]. (Δ) coupe [AC] en J, qui est donc le milieu de [AC].

D'après le théorème des milieux, $(IJ) \parallel (AB)$. Comme $(IJ) \perp (AC)$, alors $(AB) \perp (AC)$.

Donc ABC est un triangle rectangle en A.

2) Médiane d'un triangle rectangle

a) Propriété 1 :

Si ABC est un triangle rectangle en A, alors la longueur AI de la médiane issue de A est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse [BC].

Démonstration :

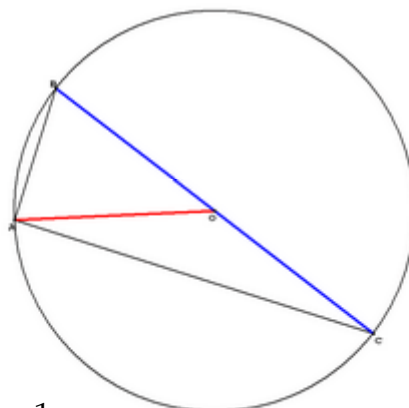
Si [AI] est la médiane issue de A,

alors I est le milieu de l'hypoténuse [BC].

Donc I est le centre du cercle circonscrit au

triangle ABC. Donc $AI = BI = CI = (\text{rayon})$. Donc $AI = \frac{1}{2} BC$.

$$OA=4 \quad \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} 8 = 4$$



b) Propriété 2 : Réciproque.

Si ABC est un triangle tel que la longueur AI de la médiane [AI] issue de A est égale à la moitié de la longueur BC du plus grand côté [BC], alors ABC est un triangle rectangle en A.

Démonstration :

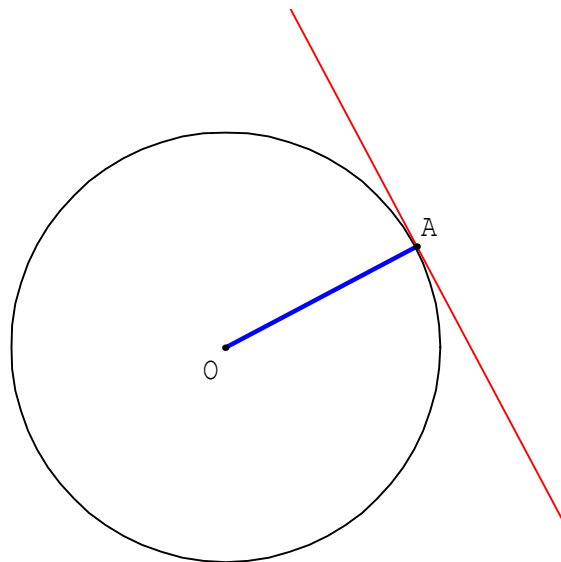
AI = BI = CI. Donc I est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

De plus [BC] est un diamètre. Donc ABC est un triangle rectangle en A.

3) Tangente à un cercle

a) Définition :

La tangente en un point A, à un cercle (\mathcal{C}) de centre O, est la droite (Δ) passant par A et qui est perpendiculaire au rayon [OA].



b) Construction des tangentes à un cercle (\mathcal{C}) passant par un point A extérieur au cercle (\mathcal{C}).

r:5

La mesure de l'angle \widehat{OIA} est 90°

La mesure de l'angle \widehat{JOA} est 50°

La mesure de l'angle \widehat{OJA} est 90°

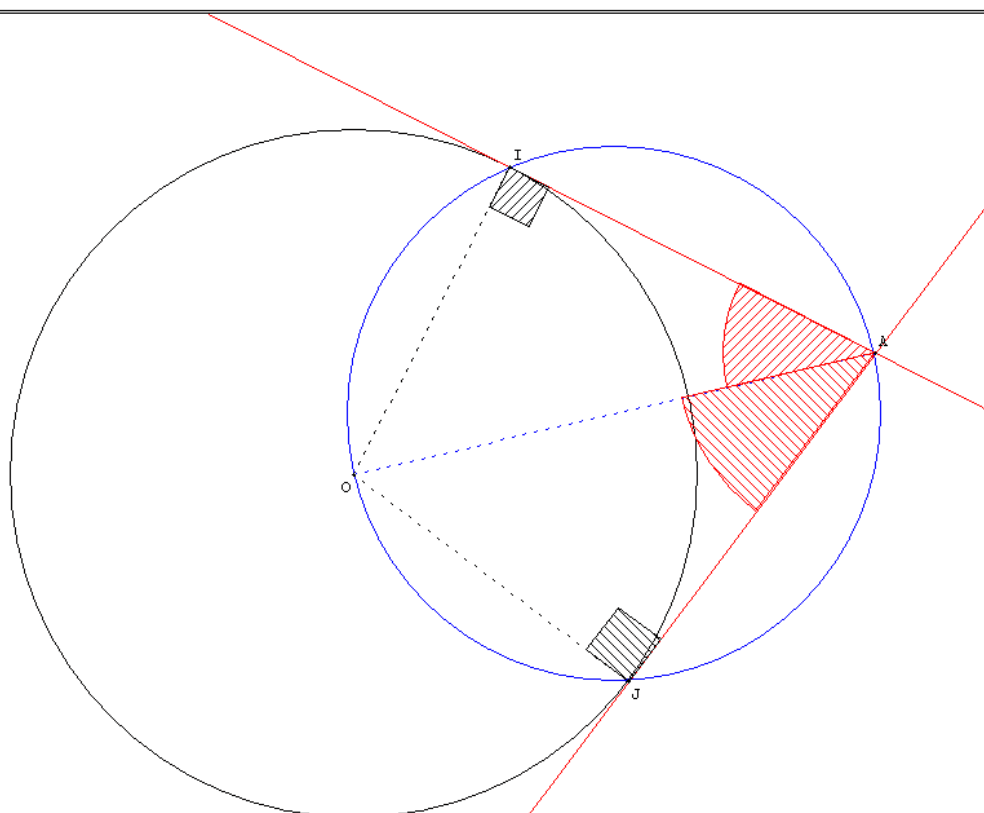
La mesure de l'angle \widehat{IOA} est 50°

La longueur du segment [AI] est AI=6

La mesure de l'angle \widehat{JAO} est 40°

La longueur du segment [AJ] est AJ=6

La mesure de l'angle \widehat{IAO} est 40°



Distance d'un point à une droite :

Propriété :

Le point H de la droite (d) le plus proche de A est le pied de la hauteur issue de A, donc le point d'intersection de (d) et de la perpendiculaire à (d) passant par A.

Définition : AH s'appelle la distance de A à (d) .

