

CALCUL LITTÉRAL

I – Développer



Méthode (CALCULER $8x \times 5$)

$$\begin{aligned}
 8x \times 5 &= 8 \times x \times 5 && \text{on écrit toutes les multiplications} \\
 &= 8 \times 5 \times x && \text{on n'écrit pas ces trois étapes (on les fait dans sa tête)} \\
 &= 40 \times x && \text{on calcule la multiplication} \\
 &= 40x. && \text{on écrit le résultat sans la multiplication}
 \end{aligned}$$

on change l'ordre des facteurs pour mettre les nombres devant

■ EXERCICE 1 (SUR CE TD) : Calcule :

$4x \times 9 = \dots\dots$	$11x \times 7 = \dots\dots$	$(-2) \times 8x = \dots\dots$	$(-6) \times 5x = \dots\dots$
$10 \times (-6)x = \dots\dots$	$(-7)x \times 2 = \dots\dots$	$8 \times x = \dots\dots$	$x \times 12 = \dots\dots$
$(-3) \times (-4)x = \dots\dots$	$(-5)x \times (-6) = \dots\dots$	$(-2) \times x = \dots\dots$	$x \times (-1) = \dots\dots$



Méthode (CALCULER $7x \times 5x$)

$$\begin{aligned}
 7x \times 5x &= 7 \times x \times 5 \times x && \text{on écrit toutes les multiplications} \\
 &= 7 \times 5 \times x \times x && \text{on n'écrit pas ces étapes} \\
 &= 35 \times x^2 && \text{on calcule les multiplications} \\
 &= 35x^2. && \text{on écrit le résultat sans la multiplication}
 \end{aligned}$$

on change l'ordre des facteurs pour mettre les nombres devant

■ EXERCICE 2 (SUR CE TD) : Calcule :

$4x \times 2x = \dots\dots$	$11x \times 7x = \dots\dots$	$3x \times 8x = \dots\dots$	$6x \times 5x = \dots\dots$
$10x \times (-9)x = \dots\dots$	$7x \times (-2)x = \dots\dots$	$12x \times x = \dots\dots$	$x \times (-21)x = \dots\dots$
$y \times 4y = \dots\dots$	$5n \times (-4)n = \dots\dots$	$2m \times 2m = \dots\dots$	$(-4)d \times (-4) \times d = \dots\dots$



Méthode (DÉVELOPPER $a(bx + c)$)

On veut développer l'expression $A = 5(8x + 2)$:

$$A = 5(8x + 2)$$

$$A = 5 \times (8x + 2) \quad \leftarrow \text{on écrit la multiplication et les flèches de développements}$$

$$A = \underbrace{5 \times 8x} + \underbrace{5 \times 2} \quad \leftarrow \text{chaque flèche correspond à une multiplication qu'on écrit}$$

$$A = 40x + 10. \quad \leftarrow \text{on calcule chaque multiplication}$$

■ **EXERCICE 3 (SUR CE TD) :** Complète les exemples suivants, en dessinant aussi les flèches de développement :

a) Développement de $B = 6(4x + 3)$:

$$B = 6(4x + 3)$$

$$B = 6 \dots (4x + 3)$$

$$B = 6 \times \dots + 6 \times \dots$$

$$B = \dots + \dots$$

b) Développement de $C = 5x(2x + 7)$:

$$C = 5x(2x + 7)$$

$$C = 5x \dots (2x + 7)$$

$$C = 5x \times 2x + \dots \times \dots$$

$$C = \dots + \dots$$

■ **EXERCICE 4 (DANS TON CAHIER) :** Développe :

$$A = 7(2x + 3)$$

$$B = 8(6 + 3x)$$

$$C = 9x(2x + 7)$$

$$D = 2x(9 + 3x)$$



Méthode (DÉVELOPPER $a(bx - c)$)

On veut développer $A = 4(8x - 3)$:

$$A = 4(8x - 3)$$

$$A = 4 \times (8x + (-3)) \quad \leftarrow \text{on écrit sous forme d'addition et on dessine les flèches}$$

$$A = \underbrace{4 \times 8x} + \underbrace{4 \times (-3)} \quad \leftarrow \text{chaque flèche est une multiplication qu'on écrit}$$

$$A = 32x + (-12). \quad \leftarrow \text{on calcule chaque multiplication}$$

■ **EXERCICE 5 (SUR CE TD) :** Complète les développements suivants, sans oublier les flèches :

a) Développement de $B = 2(4x - 3)$:

$$B = 2(4x - 3)$$

$$B = 2 \dots (4x + \dots)$$

$$B = 2 \times \dots + 2 \times (-3)$$

$$B = \dots + \dots$$

b) Développement de $C = 3x(5x - 7)$:

$$C = 3x(5x - 7)$$

$$C = 3x \dots (5x + \dots)$$

$$C = 3x \times 5x + \dots \times \dots$$

$$C = \dots + \dots$$

■ **EXERCICE 6 (DANS TON CAHIER) :** Développe :

$$A = 4x(2x - 7)$$

$$B = 8x(2 - 5x)$$

$$C = 6x(2x - 4)$$

$$D = 2x(9 - 2x)$$



Méthode (DÉVELOPPER ET RÉDUIRE $(ax + b)(cx + d)$)

On veut développer et réduire $A = (3x + 5)(8x + 2)$:

$$A = (3x + 5)(8x + 2)$$

$$A = (3x + 5) \times (8x + 2) \quad \leftarrow \text{on écrit la multiplication et les flèches de développement}$$

$$A = \underbrace{3x \times 8x} + \underbrace{3x \times 2} + \underbrace{5 \times 8x} + \underbrace{5 \times 2} \quad \leftarrow \text{chaque flèche est une multiplication qu'on écrit}$$

$$A = 24x^2 + 6x + 40x + 10 \quad \leftarrow \text{on calcule chaque multiplication}$$

$$A = 24x^2 + 46x + 10. \quad \leftarrow \text{on réduit ("+" visibles} \Rightarrow \text{attention aux familles!})$$

■ **EXERCICE 7 (SUR CE TD) :** Complète les exemples suivants :

Exemple 1 : développe et réduis $(6x + 1)(4x + 3)$:

$$\begin{aligned} (6x + 1)(4x + 3) &= (6x + 1) \dots (4x + 3) \\ &= 6x \times \dots + 6x \times \dots + \dots \times 4x + \dots \times 3 \\ &= \dots + 18x + 4x + \dots \\ &= \dots + \dots + \dots \end{aligned}$$

Exemple 2 : développe et réduis $(5x + 3)(2x + 7)$:

$$\begin{aligned} (5x + 3)(2x + 7) &= (5x + 3) \dots (2x + 7) \\ &= 5x \times \dots + 5x \times \dots + \dots \times \dots + \dots \times \dots \\ &= \dots + \dots + \dots + \dots \\ &= \dots + \dots + \dots \end{aligned}$$

Exemple 3 : développe et réduis $(1 + 7x)(8x + 2)$:

$$\begin{aligned} (1 + 7x)(8x + 2) &= (1 + 7x) \dots (8x + 2) \\ &= 1 \times \dots + 1 \times \dots + \dots \times \dots + \dots \times \dots \\ &= \dots + \dots + \dots + \dots \\ &= \dots + \dots + \dots \end{aligned}$$

■ **EXERCICE 8 (DANS TON CAHIER) :** Développe et réduis :

$$A = (6x + 4)(2x + 5)$$

$$B = (8x + 3)(10x + 4)$$

$$C = (x + 6)(9x + 1)$$

$$D = (7 + 3x)(4x + 6)$$

$$E = (4x + 3)(1 + 9x)$$

$$F = (3 + x)(5 + 4x)$$

$$G = (9x + 7)(8x + 4)$$

$$H = (11 + 14x)(x + 1)$$

$$I = (4 + 7x)(4 + 10x)$$



Méthode (DÉVELOPPER ET RÉDUIRE $(ax - b)(cx - d)$)

On veut développer et réduire $A = (2x - 5)(7x - 3)$:

$$A = (2x - 5)(7x - 3)$$

$$A = (2x + (-5))(7x + (-3))$$

$$A = (2x + (-5)) \times (7x + (-3)) \quad \leftarrow \text{on écrit la multiplication et on dessine les flèches}$$

$$A = \underbrace{2x \times 7x} + \underbrace{2x \times (-3)} + \underbrace{(-5) \times 7x} + \underbrace{(-5) \times (-3)} \quad \leftarrow \text{chaque flèche est une multiplication qu'on écrit}$$

$$A = 14x^2 + (-6)x + (-35)x + 15 \quad \leftarrow \text{on calcule chaque multiplication}$$

$$A = 14x^2 + (-41)x + 15. \quad \leftarrow \text{on réduit ("+" visibles} \Rightarrow \text{attention aux familles !)}$$

■ EXERCICE 9 (SUR CE TD) : Complète les exemples suivants :

Exemple 1 : développe et réduis $(5x - 1)(4x - 3)$.

$$\begin{aligned} (5x - 1)(4x - 3) &= (5x + \dots) \dots (4x + \dots) \\ &= 5x \times \dots + 5x \times \dots + \dots \times 4x + \dots \times (-3) \\ &= \dots + (-15)x + (-4)x + \dots \\ &= \dots + \dots + \dots \end{aligned}$$

Exemple 2 : développe et réduis $(2x + 4)(3x - 8)$.

$$\begin{aligned} (2x + 4)(3x - 8) &= (2x + \dots) \dots (3x + \dots) \\ &= \dots \times \dots + \dots \times \dots + 4 \times \dots + 4 \times \dots \\ &= \dots + (-16)x + 12x + \dots \\ &= \dots + \dots + \dots \end{aligned}$$

Exemple 3 : développe et réduis $(4x - 1)(6x + 9)$.

$$\begin{aligned} (4x - 1)(6x + 9) &= (4x + \dots) \dots (6x + \dots) \\ &= \dots \times \dots + \dots \times \dots + \dots \times \dots + \dots \times \dots \\ &= \dots + 36x + (-6)x + \dots \\ &= \dots + \dots + \dots \end{aligned}$$

■ EXERCICE 10 (DANS TON CAHIER) : Développe et réduis :

$$A = (6x - 4)(2x - 5)$$

$$B = (8x - 3)(10x + 4)$$

$$C = (x + 6)(9x - 1)$$

$$D = (7x - 3)(4x + 6)$$

$$E = (4x + 3)(9x + 1)$$

$$F = (x - 3)(8x - 7)$$

$$G = (4x + 5)(10x - 5)$$

$$H = (10x + 3)(3 - 4x)$$

$$I = (6 - 2x)(3 - 6x)$$



Remarque

L'écriture peut être simplifiée à la fin : $A = 14x^2 + (-41)x + 15 = 14x^2 - 41x + 15$. En effet, la règle des signes dit aussi qu'un « + » et un « - » qui se suivent (peu importe l'ordre, mais nécessairement séparés par une parenthèse) ne forment qu'un seul « - ».



Méthode (EXPRESSIONS PLUS COMPLIQUÉES)

On veut développer et réduire $A = (5x + 1)(3x - 4) + 7x$:

$$A = (5x + 1)(3x - 4) + 7x \quad \leftarrow \text{on souligne les éléments extérieurs au développement}$$

$$A = (5x + 1) \times (3x + (-4)) + 7x$$

$$A = 5x \times 3x + 5x \times (-4) + 1 \times 3x + 1 \times (-4) + 7x$$

$$A = 15x^2 + (-20)x + 3x + (-4) + 7x$$

$$A = 15x^2 + (-10)x + (-4). \quad \leftarrow \text{on réduit ("+" visibles} \Rightarrow \text{attention aux familles!)} \quad \left. \begin{array}{l} \text{on développe avec les méthodes} \\ \text{vues, et on réécrit ce qui a été} \\ \text{souligné} \end{array} \right\}$$

■ EXERCICE 11 (SUR CE TD) : Complète les exemples suivants :

Exemple 1 : développe et réduis $B = (3x - 4)(6x + 1) + 5x^2$.

$$\begin{aligned} B &= (3x - 4)(6x + 1) + 5x^2 \\ &= (3x + (-4)) \times (6x + 1) + \dots\dots\dots \\ &= 3x \times \dots\dots + 3x \times \dots + (-4) \times \dots\dots + (-4) \times \dots + 5x^2 \\ &= \dots\dots\dots + \dots\dots + \dots\dots\dots + \dots\dots + 5x^2 \\ &= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots \end{aligned}$$

Exemple 2 : développe et réduis $C = (2x + 1)(7x + 3) - 15$.

$$\begin{aligned} C &= (2x + 1)(7x + 3) - 15 \\ &= (2x + 1) \times (7x + 3) + \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots \times \dots\dots + \dots\dots \times \dots + \dots \times 7x + \dots \times 3 + \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots + \dots\dots + \dots\dots\dots + 3 + \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots \end{aligned}$$

■ EXERCICE 12 (DANS TON CAHIER) : Développe et réduis :

$$D = (4x + 10)(3x + 5) + 2x$$

$$E = (8x + 1)(2x - 1) - 6x^2$$

$$F = (11x - 2)(7x + 3) - 4$$

$$G = (x - 1)(2x - 9) + 10x$$

$$H = (9x - 8)(3 + 11x) + 1$$

$$I = (7 + 2x)(x - 1) - 3x$$

■ EXERCICE 13 (PLUS DIFFICILE, DANS TON CAHIER) : Développe et réduis :

$$H = (x + 2)(3 + x) + 5x^2$$

$$I = (-5x - 3)(-4 - 2x) - 3x^2$$

II – Factoriser



Méthode (FACTORISER $ax^2 + bx$)

On veut factoriser $A = 5x^2 + 7x$:

$$A = 5x^2 + 7x$$

$$A = 5 \times x \times x + 7 \times x \quad \leftarrow \text{on fait apparaître toutes les multiplications}$$

$$A = 5 \times \underline{x} \times x + 7 \times \underline{x} \quad \leftarrow \text{on souligne ce qui est en commun dans chaque multiplication, y compris un symbole "×" !}$$

$$A = \underline{x} \times (5 \times x + 7) \quad \leftarrow \text{on écrit le facteur commun devant et ce qui reste entre ()}$$

$$A = x(5x + 7). \quad \leftarrow \text{on simplifie l'écriture}$$

■ EXERCICE 14 (SUR CE TD) : Complète les exemples suivants :

Factorise $8x^2 - 11x$:

$$\begin{aligned} 8x^2 - 11x &= 8 \times \dots \times \dots - 11 \times \dots \\ &= \dots \times (8 \times \dots - \dots) \\ &= \dots (\dots - \dots) \end{aligned}$$

Factorise $7x + 9x^2$:

$$\begin{aligned} 7x + 9x^2 &= \dots \times \dots + \dots \times \dots \times \dots \\ &= \dots \times (\dots + \dots \times \dots) \\ &= \dots (\dots + \dots) \end{aligned}$$

■ EXERCICE 15 (DANS TON CAHIER) : Factorise :

$$A = 2x^2 + 9x$$

$$B = x^2 + 11x$$

$$C = 5x^2 - 4x$$

$$D = 8x^2 - 13x$$

$$E = 11x + 6x^2$$

$$F = 4x - 3x^2$$

$$G = 9x - 14x^2$$

$$H = 23x + 25x^2$$



Méthode (FACTORISER $ax + b$)

On veut factoriser $A = 15x + 10$:

$$A = 15x + 10$$

$$A = 3 \times 5 \times x + 2 \times 5 \quad \leftarrow \text{on décompose les familles pour obtenir deux produits}$$

$$A = 3 \times \underline{5} \times x + 2 \times \underline{5} \quad \leftarrow \text{on souligne ce qui est en commun dans chaque multiplication, y compris le symbole "×" !}$$

$$A = \underline{5} \times (3 \times x + 2) \quad \leftarrow \text{on écrit le facteur commun devant et ce qui reste entre ()}$$

$$A = 5(3x + 2). \quad \leftarrow \text{on simplifie l'écriture}$$

■ EXERCICE 16 (SUR CE TD) : Complète les exemples suivants :

Factorise $8x - 12$:

$$\begin{aligned} 8x - 12 &= 4 \times \dots \times \dots - 4 \times \dots \\ &= 4 \times (\dots \times \dots - \dots) \\ &= \dots (\dots - \dots) \end{aligned}$$

Factorise $6 + 9x$:

$$\begin{aligned} 6 + 9x &= \dots \times \dots + \dots \times \dots \times \dots \\ &= \dots \times (\dots + \dots \times \dots) \\ &= \dots (\dots + \dots) \end{aligned}$$

■ EXERCICE 17 (DANS TON CAHIER) : Factorise par le plus grand nombre possible :

$$A = 10x^2 + 20$$

$$B = 6x + 4$$

$$C = 15x^2 - 20$$

$$D = 14x - 21$$

$$E = 6x + 12$$

$$F = 4x - 20$$

$$G = 20x + 10$$

$$H = 6x - 3$$



Exercice ① (sur ce TD)

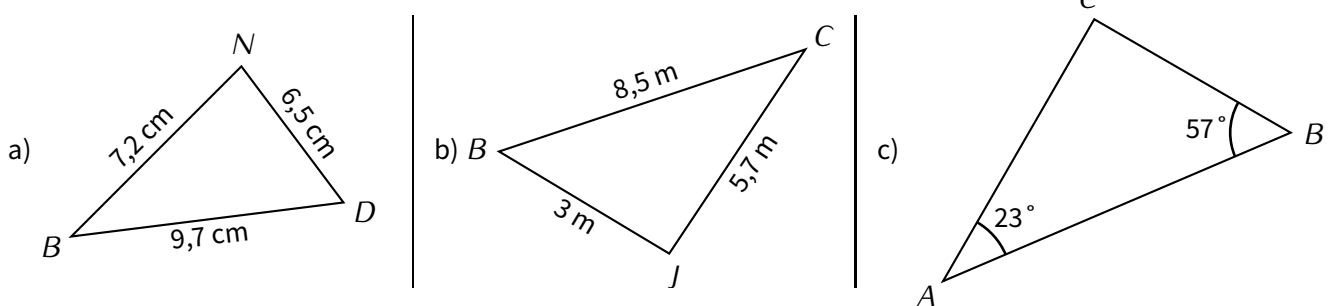
Pour chaque question, entoure la bonne réponse :

- L'expression $9x^2 - 6x + 8x$ est égale à :
 a) 11 b) $9x^2 + 2x$ c) $9x^2 - 14x$ d) $11x^2$
- Quand $t = -5$, l'expression $4t^2 + 3t - 1$ est égale à :
 a) -116 b) 84 c) 5 d) -1
- Parmi les nombres suivants, lequel est une solution de l'équation $6x^2 - 5x + 7 = 46$?
 a) 46 b) -3 c) 3 d) 8
- Une association de jeunes dessinateurs décide de publier un livret représentant les œuvres de chacun de ses membres. L'imprimeur leur propose le tarif suivant : 2,16 € par exemplaire, auxquels on ajoute 30 € de frais de livraison. L'association décide de faire imprimer x exemplaires, elle va donc payer :
 a) 32,16 € b) $2,16x + 30$ € c) $2,16 + 30x$ € d) 30 €



Exercice ② (dans ton cahier)

Les triangles suivants sont-ils rectangles? Justifie.



Exercice ③ (dans ton cahier)

Résous les équations suivantes :

- | | | | |
|------------------|------------------|------------------|-------------------|
| a) $x - 10 = 53$ | b) $8x = 48$ | c) $x + 74 = 9$ | d) $6x = 50$ |
| e) $4x - 9 = 15$ | f) $7x + 5 = 47$ | g) $3x - 1 = 21$ | h) $50x + 42 = 0$ |



Exercice ④ (dans ton cahier)

Développe (et réduis quand c'est possible) les expressions suivantes :

- | | | |
|------------------------|-------------------------------|-------------------------|
| $A = 4(6x - 3)$ | $B = 5x(8x + 2)$ | $C = (2x + 4)(3x + 10)$ |
| $D = (7x - 5)(2x + 1)$ | $E = (9x - 1)(10x - 2)$ | $F = (6x + 11)(x - 4)$ |
| $G = 6(5 - 2x) + 10x$ | $H = (2x + 7)(4x + 3) - 5x^2$ | |



Exercice ⑤ (dans ton cahier)

Lors du renouvellement de son abonnement à sa revue préférée, il a été proposé à Sonia une réduction de 45%.

L'abonnement s'élève normalement à 310 €, combien Sonia va-t-elle payer son abonnement?

.....

.....

Exercice ⑥ (dans ton cahier)

Pour arroser son jardin, Jacques récupère l'eau de pluie dans une citerne d'une capacité de 3 000 L. La citerne est remplie; le lundi, il en tire d'abord $\frac{1}{5}$, puis le mardi il puise les $\frac{3}{5}$ de ce qu'il reste.

1. Quelle quantité d'eau a-t-il utilisée chaque jour?
2. Quelle quantité d'eau reste-t-il dans la citerne?

Exercice ⑦ (dans ton cahier)

Factorise les expressions suivantes :

$$A = 8x^2 + 7x$$

$$B = 23x^2 - 7x$$

$$C = 10x + 50$$

$$D = 21x^2 - 14$$

Exercice ⑧ (dans ton cahier)

Lors d'une fête, une personne sert un cocktail dans des verres qui ont la forme d'un cône de révolution.

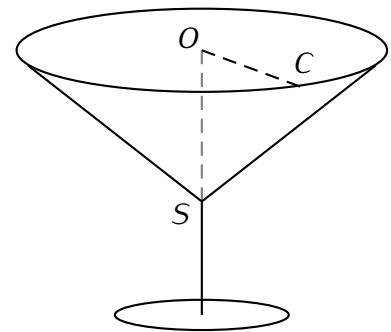
Le bord du verre est un cercle de rayon $OC = 5,9$ cm.

Ce cercle est situé dans un plan horizontal.

La droite (OS) , axe du cône, est verticale et $OS = 6,8$ cm.

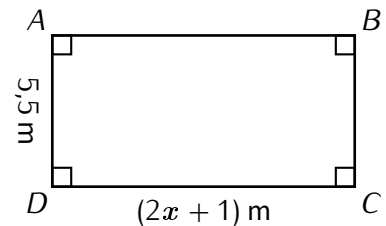
1. Calcule le volume que peut contenir ce verre.
2. Le serveur remplit les verres aux quatre cinquièmes.
Calcule le volume de cocktail contenu dans chaque verre.
3. 33 personnes sont attendues à cette fête. Sachant qu'en moyenne, chacune d'elles consommera 3 verres, 20 L de cocktail suffiront-ils?
(indication : $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$)

La figure suivante n'est pas réalisée à l'échelle.



Exercice ⑨ (sur ce TD)

La figure ci-contre est un rectangle $ABCD$ de longueur $(2x + 1)$ m et de largeur 5,5 m.



1. Calcule l'aire de $ABCD$ quand $x = 3$:
2. Exprime l'aire de $ABCD$ en fonction de x :
3. Utilise cette expression pour calculer l'aire de $ABCD$ quand $x = 4,5$:
.....
4. Le but de cette question est de trouver la valeur de x pour que $ABCD$ soit un carré.
 - (a) Complète : « Pour que le rectangle $ABCD$ soit un carré, il faut que $AB = \dots\dots\dots$ ».
 - (b) Complète : « Pour que le rectangle $ABCD$ soit un carré, il faut trouver une valeur pour x telle que
 $\dots\dots\dots = 5,5$. ».
 - (c) Trouve la valeur de x pour que $ABCD$ soit un carré en résolvant une équation :



Exercice ⑩ (sur ce TD)

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisis un nombre.
- Élève ce nombre au carré.
- Multiplie par 10.
- Soustraie 4.
- Multiplie le résultat par 3.
- Écris le résultat.

1. Quel résultat donne ce programme de calcul quand on choisit le nombre 2 ?

.....

2. Quel résultat donne ce programme de calcul quand on choisit le nombre -1 ?

.....

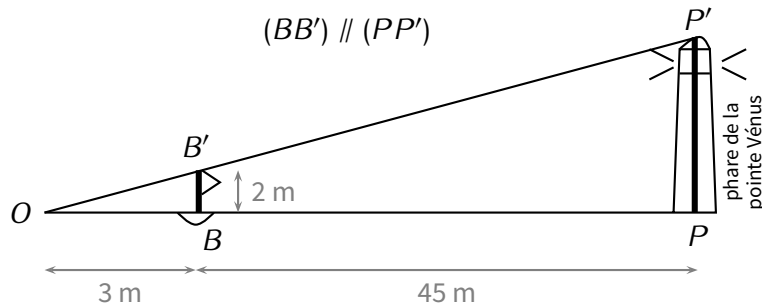
3. Montrer que ce programme de calcul peut se traduire par l'expression $P = 30x^2 - 12$:

.....

.....



Exercice ⑪ (sur ce TD)



Un touriste veut connaître la hauteur du phare de la pointe Vénus situé dans la commune de Mahina (Tahiti, Polynésie française). Pour cela, il plonge avec une bouée B (munie d'un drapeau de 2 m de haut) et s'éloigne peu à peu du phare en nageant jusqu'à ce que la hauteur du drapeau semble être la même que celle du phare. Le touriste se trouve alors au point O .

La figure ci-dessus représente la situation à cet instant.

Calcule la hauteur PP' du phare :

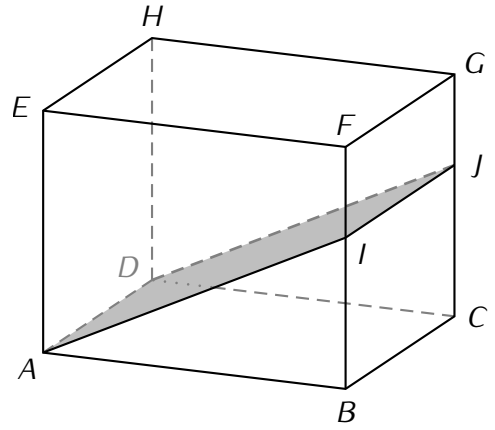


Exercice 12 (sur ce TD)

$ABCDEFGH$ est un pavé tel que :

- $AB = 10$ cm
- $BC = 4$ cm
- $BF = 6$ cm
- I est un point de $[BF]$ tel que $BI = 3,5$ cm.

On coupe le pavé $ABCDEFGH$ par un plan parallèle à $[BC]$ passant par I , on obtient le rectangle $IJDA$.



1. Calcule le volume de $ABCDEFGH$:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Calcule AI (arrondir au dixième).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Calcule l'aire de $IJDA$ (arrondie au dixième).

.....

.....