CALCUL LITTERAL

RAPPEL : Signe devant une parenthèse

Règle : Dans une somme algébrique, les parenthèses précédées du signe + ne changent pas les signes des nombres situés dans la parenthèse. En revanche, celles précédées du signe – changent les signes.

Exemples : $A = 8 + (7 - 6) = 8 + 7 - 6 = 9$
$B = 8 - (7 - 6) = 8 - 7 + 6 = 7$ (soustraire un nombre revient à ajouter son opposé).

Remarque : Lorsque l'on écrit $-(7-6)$, on multiplie $(7-6)$ par (-1),
ce qui revient à prendre l'opposé de $7-6$. Ainsi : $-(7-6) = (-1) \times (7-6) = -7+6$

RAPPEL : Suppression du symbole de multiplication

Afin d'alléger les écritures, on peut ne pas écrire le signe × dans les calculs lorsqu'il est suivi d'une lettre ou d'une parenthèse. Par exemple :

- « 3 × (5 + 6) » devient « 3 (5 + 6) » qui se lit « 3 facteur de 5 + 6 »
- « (1 + 2) × (3 + 4) » devient « (1 + 2)(3 + 4) »
- « 5 × a » devient « 5 a »
- « a × b » devient « a b »

RAPPEL : Priorité des calculs

Règle : **Dans une suite d'additions de nombres relatifs**, les calculs s'effectuent en partant de la gauche :

Exemple :

$A = 3 - 5 - 4 + 9$
$A = -2 - 4 + 9$
$A = -6 + 9$
$A = 3$

OU

$A = 3 - 5 - 4 + 9$
$A = 3 + 9 - 5 - 4$ (on regroupe les positifs)
$A = 12 - 9$
$A = 3$

Règle : Lors d'un calcul avec les opérateurs +, -, × et / et en présence de puissance, on effectue en priorité

1. Les calculs de puissance
2. Les multiplications et divisions
3. Les additions et soustractions

Exemple :

$E = 3 \times 4^2 - 2 \times 4 + 1$ → priorité au carré
$E = 3 \times 16 - 2 \times 4 + 1$ → priorité aux deux multiplications
$E = 48 - 8 + 1$ → priorité au calcul le plus à gauche
$E = 41$

RAPPEL : Les puissances

Règle : Pour tout nombre a et pour tous nombres relatifs m et n, on : $a^m \times a^n = a^{m+n}$

Exemple : $x^5 = x^3 \times x^2$

I. EXPRESSION NUMERIQUE, EXPRESSION LITTERALE OU ALGEBRIQUE.

a. *Expression numérique* :

Une expression numérique ne contient que des nombres.

Exemple :

« A = –2 × 5 + (5 – 8) » est une **expression numérique**.

→ on peut la **calculer** : A = –2 × 5 + (5 – 8) = –10 + (–3) = –10 – 3 = –13.

b. *Expression littérale* :

Une expression littérale contient des nombres et des lettres représentant des variables.

Exemples :

« $\mathrm{B}=5x^2+3x+(4x-2)-(x^2+1)$ » est une **expression littérale**.

→ $x^2=x\times x$

→ « ***x*** » représente un nombre quelconque. C'est une **variable**, ou une **inconnue.**

« $\mathrm{C}=5x^2+3y+(4x-2)-(y+1)$ » est une **expression littérale** ayant 2 variables ***x*** et ***y***.

Chaque lettre représente un nombre.

Si une même lettre figure plusieurs fois dans la même expression, elle y représente le même nombre.

c. *Calcul d'une expression littérale* :

Pour obtenir la valeur numérique d'une expression littérale, il suffit de remplacer chaque variable par la valeur proposée.

Exemple : Soit l'expression littérale : « $A=2x+y-3$ » : elle contient deux variables : « x » et « y ».

Si $x=3$ et si $y=-2$, alors :

$$A=2x+y-3=2\times3+(-2)-3=6-2-3=4-3=1$$

Exemple : On considère l'expression : $\mathrm{E}=3x^2-2x+1$

Calculer E pour $x=4$ revient à effectuer les étapes suivantes :

$\mathrm{E}=3\times4^2-2\times4+1$ → *priorité au carré associé à la variable x*

$\mathrm{E}=3\times16-2\times4+1$ → *priorité aux deux multiplications*

$\mathrm{E}=48-8+1$ → *priorité au calcul le plus à gauche*

$\mathrm{E}=40+1$

$\mathrm{E}=41$

II. REDUCTION D'UNE EXPRESSION LITTERALE.

Réduire une expression, c'est l'écrire sans parenthèses et avec le moins de termes possibles.

Exemple :

$$\mathrm{A}=2x^2+x-(6+x-2)$$
$$\mathrm{A}=2x^2+x-6-x+2$$
$$\mathrm{A}=2x^2-4$$

Exemple : $\mathrm{A}=5x^2+3x+(4x-2)-(x^2+1)$

→ *on supprime les parenthèses en faisant bien attention aux signes :*

$$\mathrm{A}=5x^2+3x+4x-2-x^2-1$$

→ *on regroupe les termes « en x² », les termes « en x » et les « constantes » :*

$$A = 5x^2 - x^2 + 3x + 4x - 2 - 1$$

→ *on compte les termes « en x² », les termes « en x » et les « constantes » :*

$$A = (5-1)x^2 + (3+4)x - 2 - 1$$

→ *on calcule :*

$$A = 4x^2 + 7x - 3$$

III. DEVELOPPEMENT D'UNE EXPRESSION LITTERALE.

Développer, c'est transformer un produit en une somme ou une différence.

a. Développement simple (rappel) :

Pour tous nombres a, b et k on a :

$$\underbrace{k(a+b)}_{\text{produit}} = \underbrace{ka + kb}_{\text{somme}} \quad \text{et} \quad \underbrace{k(a-b)}_{\text{produit}} = \underbrace{ka - kb}_{\text{différence}}$$

Exemples **:**

$$A = 5(x+2) \qquad B = 8(y-5) \qquad C = -4(5-3x)$$
$$A = 5\times x + 5\times 2 \qquad B = 8\times y - 8\times 5 \qquad C = -4\times 5 + 4\times 3x$$
$$A = 5x + 10 \qquad B = 8y - 40 \qquad C = -20 + 12x$$

b. Double développement :

Quelles que soient les valeurs de a, b, c et d, on a :

$$\boxed{(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd}$$

Exemple **:**

$$A = (x+4)(2x+3)$$
$$A = x\times 2x + x\times 3 + 4\times 2x + 4\times 3$$
$$A = 2x^2 + 3x + 8x + 12$$
$$A = 2x^2 + 11x + 12$$

IV. FACTORISATION D'UNE EXPRESSION LITTERALE.

Factoriser, c'est transformer une somme ou une différence en un produit.

Pour tous nombres a, b et k on a :

$$\underbrace{ka + kb}_{\text{somme}} = \underbrace{k(a+b)}_{\text{produit}} \quad \text{et} \quad \underbrace{ka - kb}_{\text{différence}} = \underbrace{k(a-b)}_{\text{produit}}$$

Ce **facteur commun** peut être :

1) Un nombre

Exemples : $3x + 12 = 3\times x + 3\times 4 = 3(x+4)$

$$16 - 2x = 2\times 8 - 2\times x = 2(8-x)$$

2) Une variable

Exemples :

$$\begin{aligned} 2x+3x &= x\times 2+x\times 3 \\ &= x(2+3) \\ &= 5x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x^2+7x &= x\times 3x+x\times 7 \\ &= x(3x+7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x^2-xy &= x\times 4x-x\times y \\ &= x(4x-y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x^6-x^4y &= x^4\times 5x^2-x^4\times y \\ &= x^4\left(5x^2-y\right) \end{aligned}$$

3) Une expression

Exemples :

$$\begin{aligned} A &= 25x^6-35x^4y \\ A &= 5x^4\times 5x^2-5x^4\times 7y \\ A &= 5x^4\left(5x^2-7y\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 48x^7y^5-56x^9y^3 \\ B &= 8\times 6\times x^7\times y^3\times y^2-8\times 7\times x^7\times x^2\times y^3 \\ B &= 8x^7y^3\times 6y^2-8x^7y^3\times 7x^2 \\ B &= 8x^7y^3\left(6y^2-7x^2\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 2(x+8)+(x+8)(x-5) \\ A &= (x+8)\left[2+(x-5)\right] \\ A &= (x+8)[2+x-5] \\ A &= (x+8)(x-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (x+1)(x+2)-(x+2)(8-x) \\ B &= (x+2)\left[(x+1)-(8-x)\right] \\ B &= (x+2)[x+1-8+x] \\ B &= (x+2)(2x-7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (2x+1)^2+(2x+1)(x+3) \\ C &= (2x+1)\times(2x+1)+(2x+1)(x+3) \\ C &= (2x+1)\left[(2x+1)+(x+3)\right] \\ C &= (2x+1)[2x+1+x+3] \\ C &= (2x+1)(3x+4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 42x^5y^3-30x^2y^7-18x^4y^4 \\ D &= 6x^2y^3\times 7x^3-6x^2y^3\times 5y^4-6x^2y^3\times 3x^2y \\ D &= 6x^2y^3\left(7x^3-5y^4-3x^2y\right) \end{aligned}$$