

Chapitre 5: Les droites remarquables dans un triangle

I. Médiatrices d'un triangle:

1°/ Définitions:

* Définition ①:

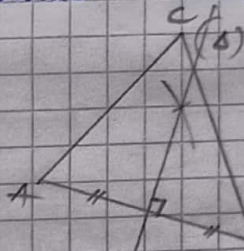
La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

* Définition ②:

La médiatrice d'un triangle est la médiatrice de l'un de ses côtés

2°/ Exemples:

Soit ABC un triangle. Tracons (Δ) la médiatrice du côté (AB)



On appelle (Δ) la médiatrice du triangle ABC

3°/ Centre du cercle circonscrit à un triangle:

a. Propriété:

Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point de rencontre de ses trois médiatrices

* Remarque importante:

Pour déterminer le centre du cercle circonscrit à un triangle, il suffit de tracer deux de ses médiatrices

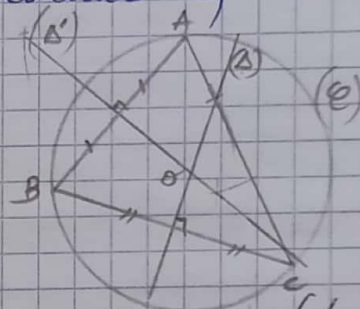
b. Exemple:

Soit ABC un triangle

Construisons (C) le cercle circonscrit au triangle ABC de centre O.

Pour cela, on va tracer (Δ) et (Δ')

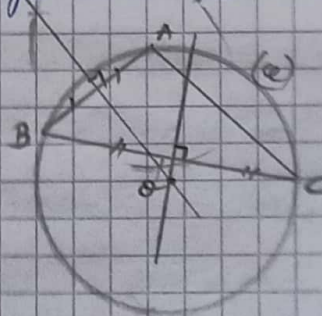
Les médiatrices respectives des côtés (BC) et (AB)



c. Cas particuliers: (triangle avec un angle obtus)

Soit ABC un triangle tel que $\widehat{ABC}$ est un angle obtus.

Construisons (C) le cercle circonscrit au triangle ABC de centre O



On remarque que le centre du cercle circonscrit au triangle ABC est à l'extérieur du triangle

II - Bissectrice d'un triangle:

1° Définitions:

* Définition ①:

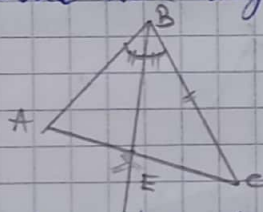
La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles de même mesure.

* Définition ②:

La bissectrice d'un triangle est la bissectrice de l'un de ses angles.

2° Exemple:

Soit ABC un triangle. Traçons (BE) la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$.



On appelle (BE) la bissectrice du triangle ABC .

3° Centre du cercle inscrit à un triangle dans

a. Propriété:

Le centre du cercle inscrit dans un triangle est le point de rencontre de ses trois bissectrices.

Remarque importante:

Pour déterminer le centre du cercle inscrit dans un triangle, il suffit de tracer deux des ses bissectrices.

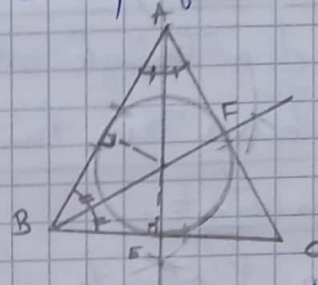
b. Exemple:

Soit ABC un triangle.

Construisons (C) le cercle inscrit dans le triangle ABC de centre O .

Pour cela, on va tracer (AE) et (BF)

les bissectrices respectifs des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$.



Le centre du cercle inscrit dans un triangle se trouve toujours à l'intérieur du triangle.

III - Hauteur d'un triangle:

1° Définitions:

* Définition ①:

Une hauteur d'un triangle est une droite qui passe par un sommet de ce triangle et qui est perpendiculaire à la droite portant le côté opposé à ce sommet.

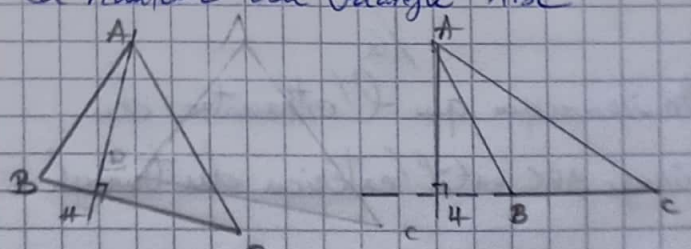
* Définition ②:

La hauteur d'un triangle est la hauteur correspondante à l'un de ses côtés.

2° Exemple:

Soit ABC un triangle. Traçons (AH)

la hauteur du triangle ABC .



H est la projection orthogonale de A sur (BC) .

3°/ L'orthocentre d'un triangle

a. Propriété:

L'orthocentre d'un triangle est le point de rencontre de ses trois hauteurs.

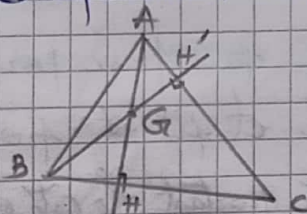
* Remarque importante:

Pour déterminer l'orthocentre d'un triangle, il suffit de tracer deux de ses hauteurs.

b. Exemple:

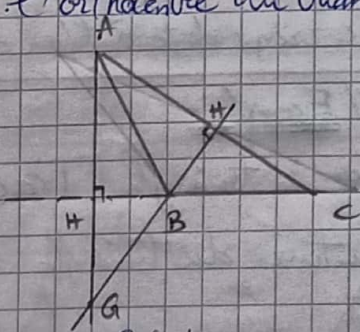
Soit ABC un triangle. Construisons G , l'orthocentre du triangle ABC .

Pour cela, on va tracer (AH) et (BH') les hauteurs issues respectivement de A et B .



c. Cas particulier: (triangle avec un angle obtus)

Soit ABC un triangle tel que $\widehat{ABC}$ angle obtus. Construisons G , l'orthocentre du triangle ABC .



On remarque que l'orthocentre du triangle ABC est à l'extérieur du triangle.

1°/ Médiane d'un triangle

1°/ Définitions:

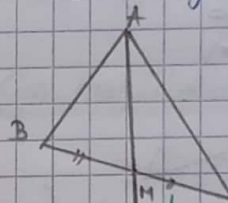
* Définition ①: La médiane d'un triangle est la droite passant par un sommet de ce triangle et le milieu du côté opposé à ce sommet.

* Définition ②:

La médiane d'un triangle est la médiane correspondante à l'un de ses côtés.

2°/ Exemple:

Soit ABC un triangle. Tracons (AM) la médiane du triangle ABC .



3°/ Centre de gravité d'un triangle

a. Propriété:

Le centre de gravité d'un triangle est le point de rencontre de ses médianes.

* Remarque importante:

Pour déterminer le centre de gravité d'un triangle, il suffit de tracer deux de ses médianes.

b. Exemple:

Soit ABC un triangle. Construisons G le centre de gravité du triangle ABC .

Pour cela, on va tracer (AM) et (BN) les hauteurs issues respectivement de A et B .

c- propriété caractéristique:

Si G est le centre de gravité d'un triangle ABC tel que M est le milieu de [BC] alors :

$$AG = \frac{2}{3} AM$$

3° On a G est le centre de gravité de ABC et M est le milieu de [BC]

$$AG = \frac{2}{3} AM$$

$$AG = \frac{2}{3} \times 6 = \frac{12}{3}$$

Donc $AG = 4 \text{ cm}$

* Exercice d'application:

Soit ABM un triangle tel que $AM = 6 \text{ cm}$
C est le symétrique de B par rapport à M
M' est le milieu de [AC]

(AM) et (BM') se coupent en G

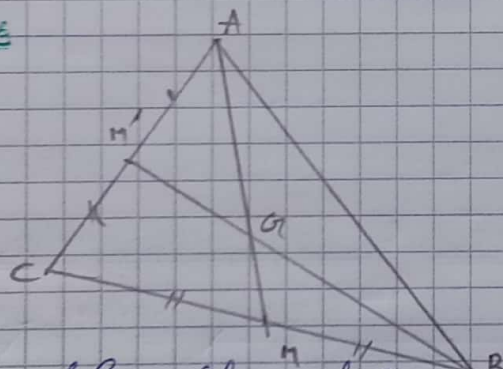
1° Tracer la figure

2° Montrer que G est le centre de gravité de ABC

3° Calculer AG

* Solution:

1°



2° On a C est le symétrique de B par rapport à M
alors M est le milieu du côté [BC]

Donc (AM) est la médiane du triangle ABC

et on a M' est le milieu du côté [AC]

Donc (BM') est la médiane du triangle ABC

or (AM) et (BM') se coupent en G

alors G est le centre de gravité du triangle ABC