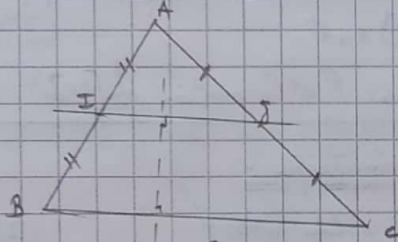


Chapitre 0: Triangle et droites parallèles

I. La droite passant par les milieux de deux côtés d'un triangle:

1) Exemple:

Soit ABC un triangle et I et J les milieux respectifs des côtés (AB) et (AC)



On remarque que $(IJ) \parallel (BC)$ grâce à la droite auxiliaire et on a aussi $IJ = \frac{1}{2} BC$

2) Propriétés:

a) Propriété ①:

La droite passant par les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté.

Autrement dit:

Soit ABC un triangle

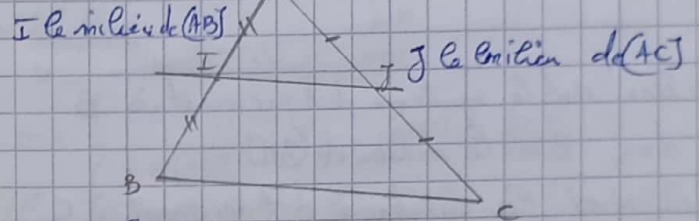
Si $\begin{cases} I \text{ milieu de } (AB) \\ J \text{ milieu de } (AC) \end{cases}$ alors: $(IJ) \parallel (BC)$

* Remarques importantes:

1) Pour appliquer cette propriété, on a besoin d'un triangle et de deux milieux de deux côtés.

2) On utilise cette propriété pour montrer que deux droites sont parallèles.

* Figure géométrique:



Alors $(IJ) \parallel (BC)$

b) Propriété ②:

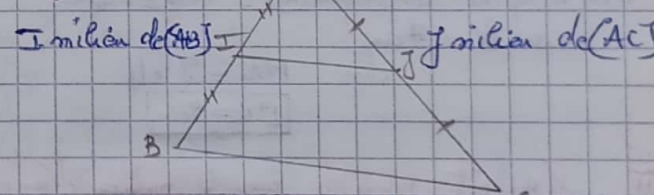
La distance entre les milieux de deux côtés d'un triangle est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

Autrement dit:

Soit ABC un triangle

Si $\begin{cases} I \text{ milieu de } (AB) \\ J \text{ milieu de } (AC) \end{cases}$ alors $IJ = \frac{1}{2} BC$

* Figure géométrique:



Alors $IJ = \frac{1}{2} BC$ c'est $BC = 2IJ$

* Remarques importantes:

1) Pour appliquer cette propriété, on a besoin d'un triangle et de deux milieux de deux côtés.

2) On utilise cette propriété pour calculer les longueurs.

3) Exercice Application ①:

Soit ABC un triangle tel que $BC = 4 \text{ cm}$

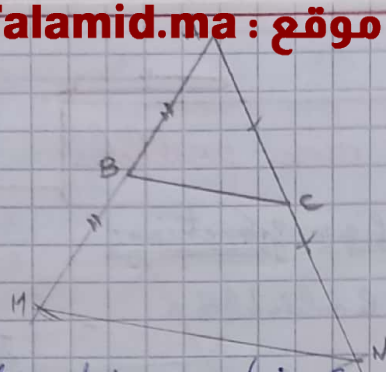
Soient M et N les symétriques respectifs du point A par rapport à B et C

1) Tracer la figure

2) Montrer que $(MN) \parallel (BC)$

3) Montrer que $MN = 8 \text{ cm}$

Solution: 1°) Figure



2°) On a M est le symétrique de A par rapport à B
donc B est le milieu de (AM)
On a N est le symétrique de A par rapport à C
donc C est le milieu de (AN)

Dans le triangle AMN , on a:

B est le milieu de (AM)

C est le milieu de (AN)

donc d'après la prop(1) : $(MN) \parallel (BC)$

3°) Dans le triangle AMN , on a:

B est le milieu de (AM)

C est le milieu de (AN)

donc d'après la prop(2) : $MN = 2BC$

car $BC = 4\text{cm}$

donc $MN = 2 \times 4$

$MN = 8\text{cm}$

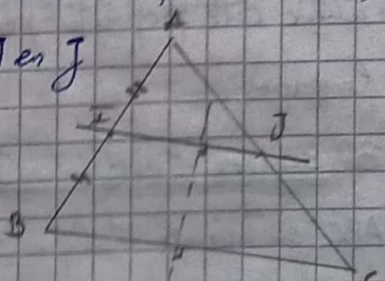
II - La droite passant par le milieu d'un côté d'un triangle et parallèle au deuxième côté

1) Exemple:

Soit ABC un triangle et I le milieu de (AB)

La droite qui passe par I et parallèle à (BC)

coupe le côté (AC) en J



En utilisant le compas, on trouve que J est le milieu du côté (AC)

2°) Propriété (3):

La droite passant par le milieu d'un côté d'un triangle et parallèle au deuxième côté coupe le troisième côté en son milieu.

Autrement dit,

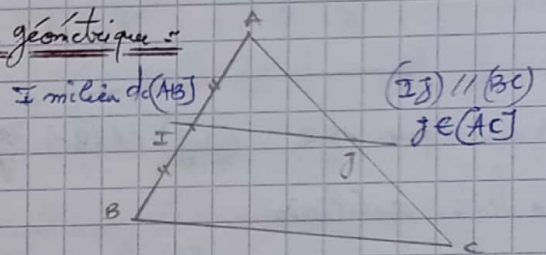
Soit ABC un triangle

Si I est le milieu de (AB)

La parallèle à (BC) passant par I coupe (AC) en J .

Alors, J est le milieu de (AC)

* Figure géométrique :



Alors J est le milieu de (AC)

* Remarques importantes:

- 1°) Pour appliquer cette propriété, on a besoin d'un triangle, le milieu d'un côté et d'une parallèle au deuxième côté qui passe par ce milieu.
- 2°) On utilise cette propriété pour montrer le milieu du côté d'un triangle.

3) Exercice d'application (1):

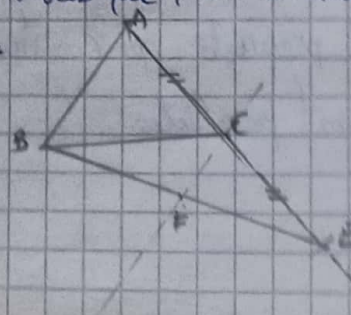
Soit ABC un triangle et E le symétrique du point A par rapport à C . La parallèle à (AB) passant par C coupe (BE) en F .

1°) Trace la figure

2°) Montre que F est le milieu de (BE)

Solution:

1°)



2) On a E est le symétrique de A par rapport à F

alors C est le milieu de $[AE]$

Donc dans le triangle ABE , on a:

$\left\{ \begin{array}{l} C \text{ est le milieu de } [AE] \\ AC \parallel BE \end{array} \right.$

$\Rightarrow$ la parallèle à (AB) passant par C coupe (BE)

en F

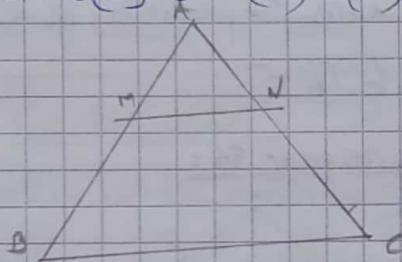
D'où: F est le milieu du côté (BE)

III - La droite parallèle à un côté dans un triangle:

1) Exemple:

Soit ABC un triangle tel que:

$M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ et $(MN) \parallel (BC)$



Donc cela nous permet d'écrire $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

2) Propriété ①: Propriété de Thalès

Dans un triangle ABC :

Si $\left\{ \begin{array}{l} M \in [AB] \\ N \in [AC] \end{array} \right.$ tel que $(MN) \parallel (BC)$

Alors: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

* Remarques importantes:

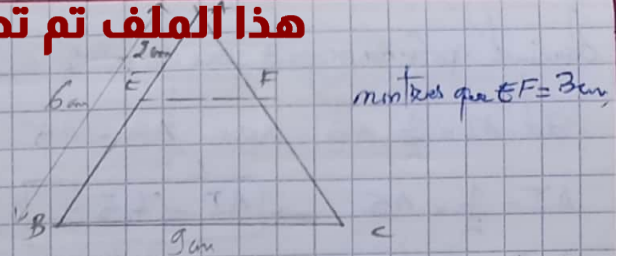
1°) Pour appliquer cette propriété, on a besoin d'un triangle et une parallèle à un côté qui coupe les deux autres côtés.

2°) On utilise cette propriété pour calculer les longueurs.

3) Exercice d'application ③:

On considère la figure suivante telle que:

ABC un triangle, $AB = 6 \text{ cm}$, $AE = 2 \text{ cm}$, $BC = 9 \text{ cm}$ et $(EF) \parallel (BC)$



* Solution:

Dans le triangle ABC

On a $\left\{ \begin{array}{l} E \in [AB] \\ F \in [AC] \end{array} \right.$ tel que $(EF) \parallel (BC)$

Alors d'après propo ①: $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$

donc $\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$

d'où $\frac{2}{6} = \frac{EF}{9}$ donc $EF = \frac{2 \times 9}{6} = \frac{18}{6}$

d'où $EF = 3 \text{ cm}$

Les exercices

* Exercice 1 page 84:

1°) D'après le codage sur la figure, on a

I est le milieu de $[AB]$ et J est le milieu de $[AC]$

2°) Dans le triangle ABC

On a $\left\{ \begin{array}{l} I \text{ milieu de } [AB] \\ J \text{ milieu de } [AC] \end{array} \right.$

donc d'après propo ① $(IJ) \parallel (BC)$

* Exercice 2 page 84:

Dans le triangle ABC

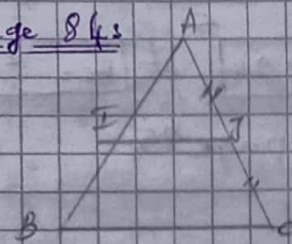
On a $\left\{ \begin{array}{l} I \text{ est le milieu de } [AB] \\ J \text{ est le milieu de } [AC] \end{array} \right.$

donc d'après la propo ② on a $IJ = \frac{1}{2} BC$

or $BC = 6,2 \text{ cm}$ donc $IJ = \frac{1}{2} \times 6,2$

$IJ = 3,1 \text{ cm}$

* Exercice 4 page 84:



1°) Dans le triangle ABC on a:

$\left\{ \begin{array}{l} J \text{ milieu de } [AC] \\ I \in [AB] \end{array} \right.$

$(IJ) \parallel (BC)$ et $I \in [AB]$