

## NOMBRES EN ÉCRITURE FRACTIONNAIRE

### 1) Ecriture fractionnaire d'un nombre

a) Définition : Le **quotient** d'un nombre  $a$  par un nombre  $b \neq 0$ , peut se noter  $\frac{a}{b}$ .

$\frac{a}{b}$  s'appelle une **fraction**.

$a$  est le **numérateur** et  $b$  est le **dénominateur** de la fraction  $\frac{a}{b}$ .

b) Exemples :  $\frac{9}{3} = 3$        $\frac{5}{20} = 0,25$        $\frac{4}{4} = 1$        $\frac{0}{12} = 0$        $\frac{7}{1} = 7$

### 2) Fractions égales

a) Propriété : On ne change pas la valeur d'une fraction  $\frac{a}{b}$  si on multiplie le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul  $k$ .

$$\frac{a}{b} = \frac{k \times a}{k \times b} \text{ si } k \neq 0 \text{ et } b \neq 0.$$

Exemples :  $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10} = 0,4$        $\frac{3,4}{5,1} = \frac{3,4 \times 10}{5,1 \times 10} = \frac{34}{51}$

b) Propriété : Règle de simplification

On ne change pas la valeur d'une fraction  $\frac{a}{b}$  si on divise le numérateur et le dénominateur

par un même nombre non nul  $k$ .       $\frac{a}{b} = \frac{a:k}{b:k} \text{ si } k \neq 0 \text{ et } b \neq 0.$

On dit que l'on **simplifie la fraction**  $\frac{a}{b}$ .

Définition : si une fraction ne pas être simplifiée, on dit que c'est une **fraction irréductible**.

Exemples :  $\frac{34}{51} = \frac{34:17}{51:17} = \frac{2}{3}$        $\frac{25}{20} = \frac{5 \times 5}{5 \times 4} = \frac{5}{4} = 1,25$

### 3) Fractions et proportion

a) Définition : Une proportion est représentée par une égalité de deux fractions.

Exemple : dans une recette pour 6 personnes, il faut 4 œufs, 120 g de beurre, 120 g de farine et 180 g de sucre.

Pour 9 personnes, il faudra

$$\text{car } \frac{9}{6} = \frac{6}{4} = \frac{180}{120} = \frac{270}{180}.$$

b) Propriété : Règle des produits en croix ou règle de trois.

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ alors } a \times d = b \times c.$$

$$\text{Si } a \times d = b \times c, \text{ alors } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ et } \frac{a}{c} = \frac{b}{d}.$$

Exemple : trouver  $x$  pour que  $\frac{15}{18} = \frac{35}{x}$ .

D'après la propriété précédente, cela signifie  $15 \times x = 18 \times 35$ . D'où  $x = \frac{18 \times 35}{15} = \frac{3 \times 6 \times 7 \times 5}{3 \times 5}$ .

**Donc  $x = 42$ .**

## 4) Comparaison des nombres en écriture fractionnaire

a) Propriété : si 2 nombres en écriture fractionnaire ont le même dénominateur, le plus petit est celui qui a le plus petit numérateur.

Exemple :  $\frac{3}{7} \leq \frac{5}{7}$  car les fractions ont le même dénominateur et  $3 \leq 5$  et.

b) Fractions de dénominateurs différents :

Pour comparer deux nombres en écriture fractionnaire de dénominateur différents, on commence par les mettre au même dénominateur, puis on applique la propriété précédente.

Exemple :  $A = \frac{2}{3}$  et  $B = \frac{7}{9}$ . Alors  $A = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$ .

**Donc  $A \leq B$**  car les deux fractions ont maintenant le même dénominateur et  $6 \leq 7$ .

c) Propriété : si 2 nombres en écriture fractionnaire ont le même numérateur, le plus petit est celui qui a le plus grand dénominateur.

Exemple :  $\frac{8}{7} \leq \frac{8}{5}$  car les fractions ont le même numérateur et  $7 \geq 5$ .

## 5) Additions et soustractions

a) Fractions de même dénominateur :

Si  $b$  est un nombre non nul,  $b \neq 0$ , alors

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b} \text{ si } a \geq c.$$

b) Exemples :

$$A = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} = \frac{5-2}{3} = \frac{3}{3} \quad \boxed{\text{Donc } A = 1.}$$

$$B = \frac{7}{3} + \frac{2}{3} = \frac{7+2}{3} = \frac{9}{3} \quad \boxed{\text{Donc } B = 3.}$$

c) Fractions de dénominateurs différents :

On commence par mettre les fractions au même dénominateur.

On utilise ensuite la règle précédente.

$$C = \frac{2}{3} + \frac{5}{9} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} + \frac{5}{9} = \frac{6}{9} + \frac{5}{9} = \frac{6+5}{9} \quad \boxed{\text{Donc } C = \frac{11}{9}}.$$

## 6) Multiplication

a) Multiplication d'une fraction par un nombre :

$$\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b} \text{ si } c \neq 0. \text{ On lit la fraction } \frac{a}{b} \text{ de } c.$$

*Remarque :*  $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b} = a \times \frac{c}{b}$

Exemple : Les  $\frac{5}{12}$  d'une heure =  $\frac{5}{12} \times 60 \text{ min} = \frac{5}{12} \times 60 = 5 \times \frac{60}{12} = 5 \times \frac{5 \times 12}{12} = 5 \times 5.$

**Donc les  $\frac{5}{12}$  d'une heure font 25 minutes.**

b) Multiplication de deux fractions :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemple :  $A = \frac{5}{8} \times \frac{6}{10} = \frac{5 \times 6}{8 \times 10} = \frac{5 \times 2 \times 3}{8 \times 5 \times 2}$

**Donc  $A = \frac{3}{8}$ .**

## 7) Division de fractions :

a) Inverse d'un nombre : L'inverse d'un nombre non nul  $a$ , est  $\frac{1}{a}$ .

b) Propriété : L'inverse de la fraction  $\frac{a}{b}$ ,  $b \neq 0$ , est  $\frac{b}{a}$ ,  $a \neq 0$ .

$$\text{Donc } \frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}.$$

Exemple :  $\frac{1}{\frac{-3}{2}} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$

c) Propriété : Diviser, c'est multiplier par l'inverse ;  $\boxed{\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}}$ .

d) Propriété :  $\boxed{\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}} ; b \neq 0, c \neq 0 \text{ et } d \neq 0.$

Exemple :  $\frac{\frac{5}{12}}{\frac{-15}{16}} = \frac{5}{12} \times \frac{16}{-15}.$  Donc  $\frac{\frac{5}{12}}{\frac{-15}{16}} = \frac{5 \times 4 \times 4}{4 \times 3 \times -5 \times 3}.$  Donc  $\frac{\frac{5}{12}}{\frac{-15}{16}} = -\frac{4}{9}.$