# 4ème - Nombres en écriture fractionnaire

## Compétences évaluées dans ce chapitre :

(**T** : compétences transversales, **N** : activités numériques, **G** : activités géométriques, **F** : gestion de données et fonctions)

| | Intitulé des compétences | Eval.1 | Eval.2 | Eval.3 |
|---|---|---|---|---|
| **T1** | Connaître le vocabulaire, les définitions et les propriétés du cours | ○ ○ | ○ ○ | ○ ○ |
| **T3** | Résoudre un problème et rédiger sa solution * | ○ ○ | ○ ○ | ○ ○ |
| **N7** | Transformer, simplifier l'écriture fractionnaire d'un nombre * | ○ ○ | ○ ○ | ○ ○ |
| **N8** | Utiliser l'équivalence entre fractions égales et produits en croix égaux | ○ ○ | ○ ○ | ○ ○ |
| **N9** | Multiplier deux nombres relatifs en écriture fractionnaire ** | ○ ○ | ○ ○ | ○ ○ |
| **N10** | Connaître et utiliser l'égalité $a \times \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$ | ○ ○ | ○ ○ | ○ ○ |
| **N11** | Diviser deux nombres relatifs en écriture fractionnaire | ○ ○ | ○ ○ | ○ ○ |
| **N12** | Ajouter, soustraire des nombres relatifs en écriture fractionnaire *** | ○ ○ | ○ ○ | ○ ○ |
| **N13** | Organiser et effectuer à la main une succession de calculs avec des nombres relatifs en écriture fractionnaire | ○ ○ | ○ ○ | ○ ○ |
| **N14** | Organiser et effectuer à la calculatrice une succession de calculs avec des nombres relatifs en écriture fractionnaire | ○ ○ | ○ ○ | ○ ○ |

| |
|---|
| **Taux de réussite** : <br> ............ % |
| **Note du chapitre** : <br> ............ /20 |
| **Moyenne de la classe** : <br> ............ /20 |

* : cette compétence fait partie du **socle commun**.

** : cette compétence fait partie du **socle commun** pour les nombres positifs.

*** : cette compétence fait partie du **socle commun** pour les nombres positifs ayant le même dénominateur.

## 6.1 Transformer, simplifier une écriture fractionnaire

**Transformer l'écriture fractionnaire d'un nombre**

On ne change pas la valeur d'une fraction en multipliant (ou en divisant) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul. Autrement dit, si $a$, $b$ et $k$ sont trois nombres relatifs (avec $b$ et $k$ différents de 0) : $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a \times k}{b \times k}$ et $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a \div k}{b \div k}$

**Exemple 1 : transformer l'écriture fractionnaire d'un nombre :**

- $\dfrac{-4}{9} = \dfrac{-4 \times 3}{9 \times 3} = \dfrac{-12}{27}$
- $\dfrac{28}{-35} = \dfrac{28 \div 7}{(-35) \div 7} = \dfrac{4}{-5}$
- $\dfrac{17}{2,5} = \dfrac{17 \times 10}{2,5 \times 10} = \dfrac{170}{25}$

**Exemple 2 : simplifier une fraction :**

- $\dfrac{-24}{39} = \dfrac{-8 \times 3}{13 \times 3} = \dfrac{-8 \times \cancel{3}}{13 \times \cancel{3}} = \dfrac{-8}{13}$
- $\dfrac{30}{-42} = \dfrac{6 \times 5}{(-7) \times 6} = \dfrac{\cancel{6} \times 5}{(-7) \times \cancel{6}} = \dfrac{5}{-7}$
- $\dfrac{2 \times 3 \times 5 \times 7}{3 \times 7 \times 11} = \dfrac{2 \times \cancel{3} \times 5 \times \cancel{7}}{\cancel{3} \times \cancel{7} \times 11} = \dfrac{10}{11}$

## 6.2 Produits en croix et égalité de fractions

**Propriété des produits en croix**

$a$, $b$, $c$ et $d$ sont quatre nombres relatifs (avec $b$ et $d$ différents de 0) ;
- Si $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$, alors $a \times d = b \times c$
- Si $a \times d = b \times c$, alors $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

**Exemple : déterminer si deux fractions sont égales :**

- $\dfrac{-12}{27} = \dfrac{52}{-117}$ ; en effet on a d'une part $(-12) \times (-117) = 1404$ et d'autre part $27 \times 52 = 1404$.
- $\dfrac{75\,025}{46\,368} \neq \dfrac{196\,418}{121\,393}$

en effet, le dernier chiffre de $75\,025 \times 121\,393$ est un 5, alors que le dernier chiffre de $46\,368 \times 196\,418$ est un 4 ! Et pourtant, la calculatrice donne la même valeur approchée pour les deux quotients :

```
75025/46368
                1.618033989
```

```
196418/121393
                1.618033989
```

## 6.3 Multiplier des nombres en écriture fractionnaire

**Règle de multiplication de deux fractions**

Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux, puis on multiplie les dénominateurs entre eux.
Si $a$, $b$, $c$ et $d$ sont quatre nombres relatifs (avec $b$ et $d$ différents de 0) : $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{a \times c}{b \times d}$

**Exemples :**

- $5 \times \dfrac{-4}{9} = \dfrac{5}{1} \times \dfrac{-4}{9} = \dfrac{5 \times (-4)}{1 \times 9} = \dfrac{-20}{9}$
- $\dfrac{7}{5} \times \dfrac{-4}{3} = \dfrac{7 \times (-4)}{5 \times 3} = \dfrac{-28}{15}$

Il est parfois préférable de simplifier **avant** d'effectuer les produits, comme le montre cet exemple :

- $\dfrac{24}{-35} \times \dfrac{14}{16} = \dfrac{24 \times 14}{(-35) \times 16} = \dfrac{(\cancel{8} \times 3) \times (\cancel{7} \times \cancel{2})}{((-5) \times \cancel{7}) \times (\cancel{8} \times \cancel{2})} = -\dfrac{3}{5}$

## 6.4 Inverse d'un nombre relatif

**Définition**

Deux nombres (non nuls) seront dits **inverses l'un de l'autre** lorsque leur produit est égal à 1
Si $a$ est un nombre relatif non nul, son inverse est $\dfrac{1}{a}$, qui se note aussi $a^{-1}$.
Si $a$ et $b$ sont deux nombres relatifs non nuls, l'inverse de $\dfrac{a}{b}$ est $\dfrac{b}{a}$.

**En effet,** pour tous nombres relatifs $a$ et $b$ non nuls :
$a \times \dfrac{1}{a} = \dfrac{a}{a} = 1$ et $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{b}{a} = \dfrac{a \times b}{b \times a} = \dfrac{\cancel{a} \times \cancel{b}}{\cancel{b} \times \cancel{a}} = 1$

**Exemples :**

- 2,5 et 0,4 sont deux nombres inverses l'un de l'autre, car $2,5 \times 0,4 = 1$
- L'inverse de $-8$ est $\dfrac{1}{-8} = -0,125$ ⚠Attention à ne pas confondre : l'**opposé** de $-8$ est 8 !!
- L'inverse de $\dfrac{2}{3}$ est $\dfrac{3}{2} = 1,5$.
- L'inverse de $0,6 = \dfrac{3}{5}$ est $\dfrac{5}{3}$.

**Propriété**

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par l'inverse de ce nombre.
Si $a$ et $b$ sont des nombres relatifs ($b$ non nul), alors $\dfrac{a}{b} = a \times \dfrac{1}{b}$

**Exemples d'utilisation :**

- L'inverse de 5 est 0,2 ; ainsi, on a, par exemple, $\dfrac{23}{5} = 23 \times \dfrac{1}{5} = 23 \times 0,2 = 4,6$.
- L'inverse de 0,25 est 4 ; ainsi, on a, par exemple, $\dfrac{3}{0,25} = 3 \times \dfrac{1}{0,25} = 3 \times 4 = 12$.

## 6.5 Diviser par un nombre en écriture fractionnaire

**Propriété**

Diviser par une fraction revient à multiplier par l'inverse de cette fraction.
Si $a$, $b$, $c$ et $d$ sont des nombres relatifs ($b$, $c$ et $d$ non nuls),

alors on a $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ (ou encore $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$)

**Exemples :**

- $5 \div \frac{3}{4} = 5 \times \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$
- $\frac{-2}{3} \div 5 = \frac{-2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{-2}{15}$
- $\frac{3}{7} \div \frac{4}{9} = \frac{3}{7} \times \frac{9}{4} = \frac{27}{28}$

## 6.6 Ajouter, soustraire des nombres en écriture fractionnaire

**Losque les dénominateurs sont les mêmes...**

Pour additionner (ou soustraire) des fractions ayant **le même dénominateur**, il suffit de conserver le dénominateur commun, et d'additionner (ou soustraire) les numérateurs entre eux.
Si $a$, $b$ et $c$ sont des nombres relatifs ($b$ non nul), on a $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$.

**Exemples :**

- $\frac{3}{4} + \frac{21}{4} = \frac{3+21}{4} = \frac{24}{4} = 6$
- $\frac{-4}{3} + \frac{17}{3} = \frac{-4+17}{3} = \frac{13}{3}$
- $\frac{15}{7} - \frac{4}{7} = \frac{15-4}{7} = \frac{11}{7}$

**Losque les dénominateurs sont différents...**

Pour additionner (ou soustraire) des fractions ayant **des dénominateurs différents**, on commence par les **réduire au même dénominateur**, avant d'appliquer la règle précédente.

**Exemples :**

- $\frac{3}{4} + \frac{21}{8} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} + \frac{21}{8} = \frac{6}{8} + \frac{21}{8} = \frac{6+21}{8} = \frac{27}{8}$ (*8 est le plus petit multiple commun à 4 et 8*)
- $\frac{-5}{6} + \frac{7}{4} = \frac{-5 \times 2}{6 \times 2} + \frac{7 \times 3}{4 \times 3} = \frac{-10}{12} + \frac{21}{12} = \frac{-10+21}{12} = \frac{11}{12}$ (*12 est le plus petit multiple commun à 4 et 6*)
- $\frac{-3}{7} + \frac{5}{8} = \frac{-3 \times 8}{7 \times 8} + \frac{5 \times 7}{8 \times 7} = \frac{-24}{56} + \frac{35}{56} = \frac{-24+35}{56} = \frac{11}{56}$ (*56 est le plus petit multiple commun à 7 et 8*)
- $\frac{-11}{6} + 3 = \frac{-11}{6} + \frac{3}{1} = \frac{-11}{6} + \frac{3 \times 6}{1 \times 6} = \frac{-11}{6} + \frac{18}{6} = \frac{-11+18}{6} = \frac{7}{6}$ (*3 est le plus petit multiple commun à 1 et 3*)