

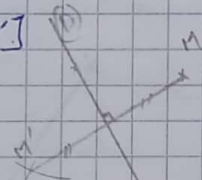
Chapitre ③: La symétrie axiale

I - Le symétrique d'un point par rapport à une droite:

1) Exemple:

Soit (D) une droite et M un point à l'extérieur de (D)
 $M \notin (D)$

Tracons le point M' tel que la droite (D) est médiatrice du segment $[MM']$



Le point M' est appelé le symétrique du point M .

par rapport à la droite (D) . La droite (D) est appelée:

Axe de symétrie

* Cas particuliers:

(D) est une droite et M un point de (D)

On remarque le symétrique de M par rapport à (D) est le point M lui-même

On dit que le symétrique d'un point appartenant à une droite par rapport à cette droite est ce point lui-même.

2) Définition:

Dire que le symétrique d'un point M par rapport à une droite (D) est:

→ Le point M' tel que: (D) est la médiatrice du segment $[MM']$ si $M \notin (D)$

→ Le point M lui-même si $M \in (D)$

Remarques importantes:

→ Si le point M' est le symétrique d'un point M par rapport à une droite (D) , alors M est aussi le symétrique de M' par rapport à (D)

On dit que les points M et M' sont symétriques par rapport à (D)

→ Le symétrique de tout point d'une droite est lui-même

3) Exemple d'application:

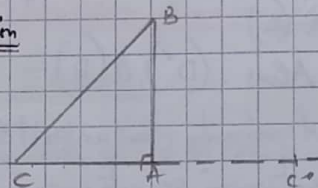
ABC est un triangle rectangle en A . C' est le symétrique de C par rapport au point A

1°/ Tracer la figure

2°/ montrer que C' est le symétrique de C par rapport à la droite (AB)

* Solution

1°/



2°/ On a C' est le symétrique de C par rapport au point A donc A est le milieu de $[CC']$ ①

On a ABC est un triangle rectangle en A

donc $(AB) \perp (AC)$ c.à.d $(AB) \perp (CC')$ ②

de ① et ② on déduit que (AB) est la médiatrice du segment $[CC']$

d'où C' est le symétrique de C par rapport à (AB)

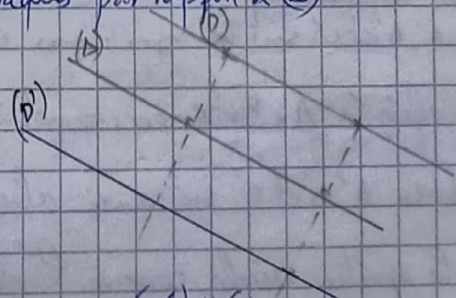
II - Le symétrique d'une droite

1) Exemple

* Cas ①: (D) et (Δ) deux droites parallèles $(D) \parallel (\Delta)$

Construisons la droite (D') le symétrique de (D) par rapport à (Δ)

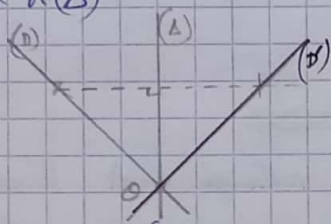
Pour cela on va choisir deux points (sans les nommer) sur (D) puis on va tracer leurs symétriques par rapport à (Δ)



On remarque que $(D') \parallel (\Delta)$

* Cas 2: (D) et (Δ) deux droites sécantes en un point O

Construisons la droite (D') le symétrique de (D) par rapport à (Δ)



On remarque que (D') coupe aussi (Δ) en O

2) Propriété 1:

Soit (D) et (Δ) deux droites et (D') le symétrique de (D) par rapport à (Δ):

1) si (D) // (Δ) Alors (D') // (D)

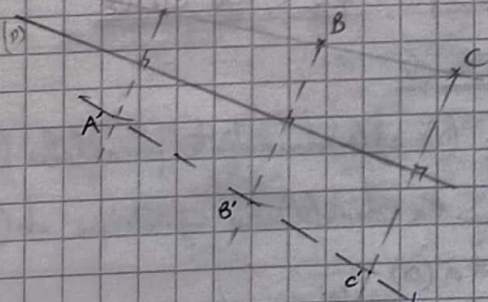
2) si (D) et (Δ) sont sécantes en un point O, alors (D') et (D) sont aussi sécantes au même point O.

3) Conservation d'alignement des points:

a) Exemple:

Soit (D) une droite et A, B, C sont trois points alignés n'appartenant pas à (D)

A', B' etc' sont les symétriques respectifs des points A, B et C par rapport à la droite (D)



On remarque que les points A', B' etc' sont aussi alignés.

b) propriété 3:

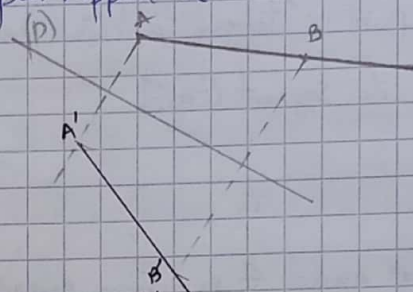
Si les points A', B' et C' sont les symétriques respectifs des points alignés A, B et C par rapport à une droite, alors A', B' et C' sont aussi alignés. On dit que la symétrie axiale conserve l'alignement des points.

1) Le symétrique d'une demi-droite:

a) Exemple:

(D) est une droite et (AB) est une demi-droite telle que $A \notin (D)$ et $B \in (D)$

Construisons la demi-droite (A'B') le symétrique de (AB) par rapport à la droite (D).



b) propriété 3:

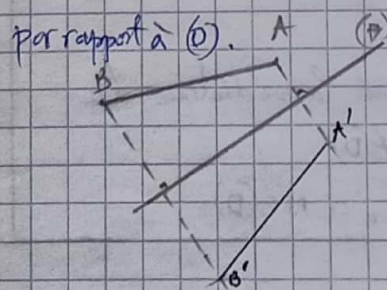
Le symétrique de la demi-droite (AB) par rapport à la droite (D) est la demi-droite (A'B') telle que A' et B' sont les symétriques respectifs de A et B par rapport à la droite (D).

III - Le symétrique d'un segment:

1) Exemple:

Soit (D) une droite et (AB) un segment

Construisons le segment (A'B') le symétrique de (AB) par rapport à (D). Pour cela on va construire A' et B' les symétriques respectifs de A et B par rapport à (D).



On remarque que: $AB = A'B'$

2) propriété 4:

Le symétrique d'un segment par rapport à une droite (D) est un segment de même longueur. On dit que la symétrie axiale conserve la distance.

3) Exercice d'application:

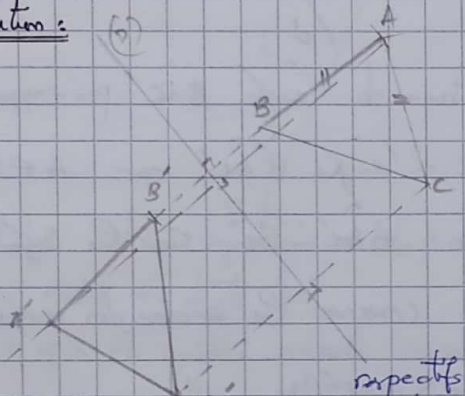
ABC est un triangle isocèle en A, (D) est une droite. A', B' et C' sont les symétriques respectifs des points A, B et C par rapport à (D).

1/ Construire la figure

2/ Montrer que A'B'C' est un triangle isocèle

Solution:

1/



2/ On a A', B' et C' sont les symétriques de A, B et C par rapport à (D)

et on a la symétrie axiale conserve la distance

$$\text{donc } \begin{cases} AB = A'B' \\ AC = A'C' \end{cases}$$

or $AB = AC$ car ABC est un triangle isocèle en A. donc $A'B' = A'C'$

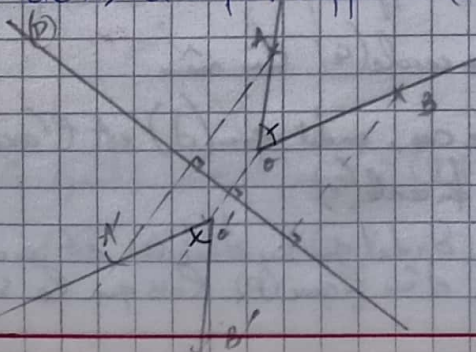
donc le triangle A'B'C' est isocèle en A'

IV - Le symétrique d'un angle:

1) Exemple:

Soit (D) une droite et $\hat{AOB}$ un angle.

Construisons l'angle $\hat{A'O'B'}$ le symétrique de $\hat{AOB}$ par rapport à (D). Pour cela, on va construire A', O' et B' les symétriques respectifs de A, O et B par rapport à (D).



2) Propriété (5):

Le symétrique d'un angle par rapport à une droite est un angle de même mesure.

Autrement dit, si A', O' et B' sont les symétriques respectifs de A, O et B par rapport à (D) Alors: $\hat{A'O'B'} = \hat{AOB}$

On dit que la symétrie axiale conserve les mesures des angles.

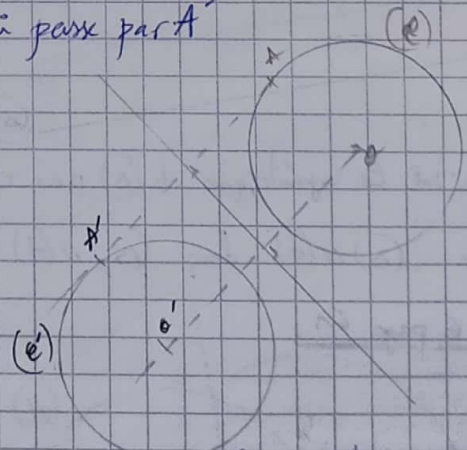
V - Le symétrique d'un cercle:

1) Exemple:

Soit (D) une droite et (C) un cercle de centre O et de rayon r. et A un point du cercle (C).

Construisons le cercle (C') le symétrique de (C) par rapport à (D). Pour cela on va construire O' et A' les symétriques de O et A respectifs par rapport à (D).

Le cercle (C') est le cercle de centre O' et qui passe par A'.



On a $AO = A'O'$ car la symétrie axiale conserve les distances

donc les deux cercles (C) et (C') ont même rayon

2) Propriété ⑥:

Le symétrique d'un cercle (C) de centre O et de rayon R par rapport à une droite (D) est un cercle (C') de même rayon R et dont le centre O' est le symétrique de O par rapport à (D) .