

# SYMÉTRIE AXIALE

5

## Objectifs d'apprentissage

- ✍ Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite, d'une demi-droite, d'un angle et d'un cercle.
- ✍ Connaître et utiliser les propriétés de conservation de la symétrie axiale.

## Gestion du temps

8 heures

## Prérequis

- ⊗ Droites dans le plan : parallélisme et perpendicularité.
- ⊗ Les angles.
- ⊗ Symétrie centrale.
- ⊗ Médiatrice d'un segment.

## Outils didactiques

- ♣ Tableau.
- ♣ Livre scolaire.
- ♣ Equerre + Compas + Rapporteur + Règle.

◆ Pr : Abdelilah BOUTAYEB

◆ Niveau : 2<sup>ème</sup> APIC

◆ Matière : Mathématiques

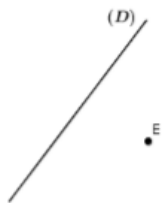
◆ Etablissement : Collège Nahda

**Activité 1 :** Construis le point  $B$  le symétrique de  $A$  par rapport à  $O$ .



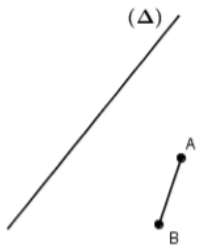
**Activité 2 :** 1) Tracer une droite  $(\Delta)$  qui passe par le point  $E$  et qui est perpendiculaire à la droite  $(D)$ .

2) Construis le point  $E'$  tel que la droite  $(D)$  soit la médiatrice du segment  $[EE']$ .



**Activité 3 :** 1) Construire les points  $A'$  et  $B'$  les symétriques de  $A$  et  $B$  respectivement par rapport à la droite  $(\Delta)$ .

2) Comparer les deux distances  $AB$  et  $A'B'$ .



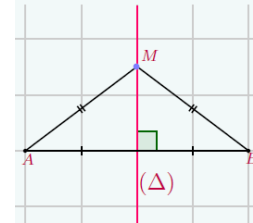
## I- Médiatrice d'un segment :

K K K 'D7 %'A 5

**\* Définition :** La médiatrice d'un segment est la droite **perpendiculaire** à ce segment en **son milieu**.

**\* Propriété :** Soit  $[AB]$  un segment,  $(\Delta)$  sa médiatrice et  $M$  un point.

Si  $M \in (\Delta)$  alors :  $MA = MB$ .



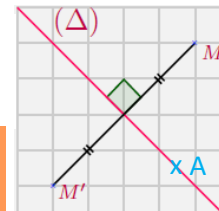
## II- Symétrique d'un point :

**\* Définition :** Soit  $(\Delta)$  une droite et  $M$  un point du plan.

Le symétrique du point  $M$  par rapport à la droite  $(\Delta)$  est le point  $M'$  tel que  $(\Delta)$  est la **médiatrice** du segment  $[MM']$ .

**\* Exemple :** Le symétrique du point  $M$  par rapport à la droite  $(\Delta)$  est  $M'$ .

**\* Remarque :** Si un point  $A \in (\Delta)$ , alors ce point est le symétrique de **lui-même** par rapport à  $(\Delta)$ .



## III- Symétrique de figures usuelles :

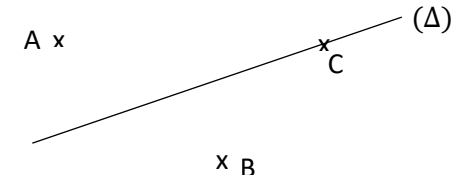
### 1) Symétrique d'un segment :

**\* Propriété :** Soit  $(\Delta)$  une droite et  $[AB]$  un segment.

Si  $A'$  et  $B'$  sont les symétriques respectifs des points  $A$  et  $B$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ , alors le symétrique du segment  $[AB]$  par rapport à la droite  $(\Delta)$  est le segment  $[A'B']$ .

On a :  $A'B' = AB$ , on dit que la symétrie axiale **conserve les longueurs**.

**Exercice 1 :** Construis les points  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  les symétriques des points  $A$ ,  $B$  et  $C$  respectivement par rapport à la droite  $(\Delta)$



**Exercice 2 :** (Ex:26-p:77)

**Exercice 3 :**  $ABC$  un triangle rectangle en  $A$ , tel que  $AB = 4cm$ .

1) Construis le point  $M$  le symétrique du point  $A$  par rapport à la droite  $(BC)$ .

2) Calculer la distance  $BM$ . Justifier votre réponse.

**Exercice 4 :**  $ABC$  un triangle et  $M$  le milieu du segment  $[BC]$ .

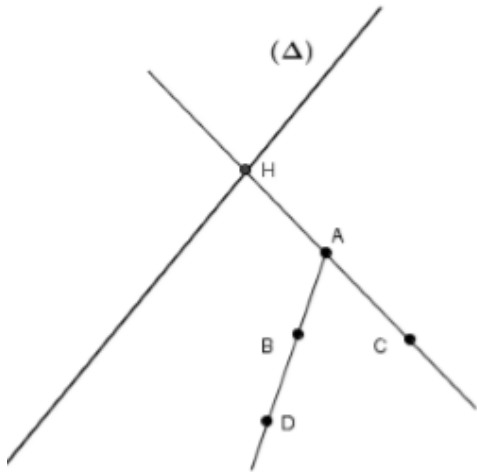
1) Construis les points  $E$  et  $F$  les symétriques de  $B$  et  $C$  respectivement par rapport à la droite  $(AM)$ .

2) Déterminer le symétrique du segment  $[BC]$  par rapport à la droite  $(AM)$ .

3) Montrer que  $M$  est le milieu du segment  $[EF]$ .

## Activités

### Activité 4 :



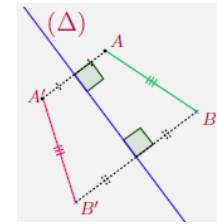
- 1) Construire les points  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  et  $D'$  les symétriques respectifs des points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ .
- 2) Déterminer le symétrique de la droite  $(AC)$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ .
- 3) Déterminer le symétrique de la demi-droite  $[AB]$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ .
- 4) Déterminer le symétrique du point  $H$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ .
- 5) Que remarques-tu à-propos les points  $A$ ,  $B$  et  $D$  ?
- 6) Que remarques-tu à-propos les points  $A'$ ,  $B'$  et  $D'$  ? Conclure.

## Contenu de la leçon

\* **Exemple :** Par rapport à la droite  $(\Delta)$  on a :

$$\begin{cases} A' \text{ est le symétrique de } A \\ B' \text{ est le symétrique de } B \end{cases}$$

Donc le segment  $[A'B']$  est le symétrique du segment  $[AB]$ .



### 2) Symétrique d'une droite :

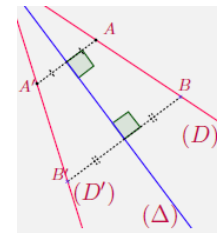
\* **Propriété :** Soit  $(\Delta)$  et  $(AB)$  deux droites.

Si  $A'$  et  $B'$  sont les symétriques respectifs des points  $A$  et  $B$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ , alors le symétrique de la droite  $(AB)$  par rapport à la droite  $(\Delta)$  est la droite  $(A'B')$ .

\* **Exemple :** Par rapport à la droite  $(\Delta)$  on a :

$$\begin{cases} A' \text{ est le symétrique de } A \\ B' \text{ est le symétrique de } B \end{cases}$$

Donc la droite  $(A'B')$  est le symétrique de la droite  $(AB)$ .



### 3) Symétrique d'une demi-droite :

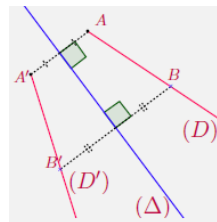
\* **Propriété :** Soit  $(\Delta)$  une droite et  $[AB]$  une demi-droite.

Si  $A'$  et  $B'$  sont les symétriques respectifs des points  $A$  et  $B$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ , alors le symétrique de la demi-droite  $[AB]$  par rapport à la droite  $(\Delta)$  est la demi-droite  $[A'B']$ .

\* **Exemple :** Par rapport à la droite  $(\Delta)$  on a :

$$\begin{cases} A' \text{ est le symétrique de } A \\ B' \text{ est le symétrique de } B \end{cases}$$

Donc la demi-droite  $[A'B']$  est le symétrique de la demi-droite  $[AB]$ .



## Evaluation

**Exercice 5 :** ABC un triangle.

- 1) Construis  $A'$  le symétrique de  $A$  par rapport à la droite  $(BC)$ .
- 2) Quel est le symétrique de la droite  $(AB)$  par rapport à la droite  $(BC)$  ?

**Exercice 6 :** On considère la droite  $(D)$  et  $M$  et  $N$  deux points n'appartiennent pas à la droite  $(D)$ .

Les points  $M'$ ,  $N'$  les symétriques respectifs des points  $M$ ,  $N$  par rapport à la droite  $(D)$ .

- 1) Construire la figure convenable.
- 2) Montrer que :  $(MM') \parallel (NN')$ .

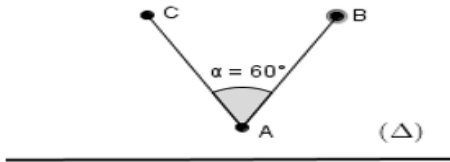
**Exercice 7 :** On considère la droite  $(\Delta)$  et  $A$  et  $B$  deux points n'appartiennent pas à la droite  $(\Delta)$ .

Soit  $I$  le milieu du segment  $[AB]$ .

- 1) Construis les points  $A'$ ,  $B'$  et  $I'$  les symétriques respectifs des points  $A$ ,  $B$  et  $I$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ .
- 2) Montrer que les points  $A'$ ,  $B'$  et  $I'$  sont alignés.

## Activités

### Activité 5 :



- 1) Construire les points  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  les symétriques respectifs de  $A$ ,  $B$  et  $C$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ .
- 2) Déterminer les symétriques des demi-droites  $[AB]$  et  $[AC]$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ .
- 3) Conclure le symétrique de l'angle  $\widehat{BAC}$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ .
- 4) Comparer la mesure des angles  $\widehat{BAC}$  et  $\widehat{B'A'C'}$ . Conclure.

## Contenu de la leçon

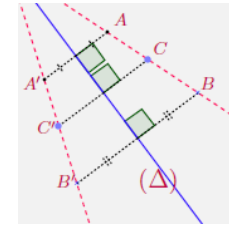
### 4) Conservation de l'alignement des points :

\* **Propriété :** Les symétriques des points alignés par rapport à une droite sont aussi des points alignés.  
On dit que la symétrie axiale *conserve l'alignement des points*.

\* **Exemple :** Par rapport à la droite  $(\Delta)$  on a :

$$\begin{cases} A' \text{ est le symétrique de } A \\ B' \text{ est le symétrique de } B \\ C' \text{ est le symétrique de } C \end{cases}$$

Puisque les points  $A, B, C$  sont alignés, alors les points  $A', B', C'$  sont alignés.



### 5) Symétrie d'un angle :

\* **Propriété :** Soit  $(\Delta)$  une droite et  $\widehat{AOB}$  un angle.

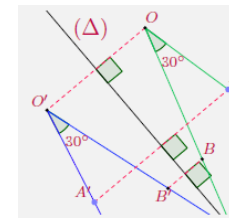
Si  $A'$ ,  $O'$  et  $B'$  sont les symétriques respectifs des points  $A$ ,  $O$  et  $B$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ , alors le symétrique de l'angle  $\widehat{AOB}$  par rapport à la droite  $(\Delta)$  est l'angle  $\widehat{A'O'B'}$ .

On a :  $\widehat{AOB} = \widehat{A'O'B'}$ , on dit que la symétrie axiale *conserve la mesure d'angles*.

\* **Exemple :** Par rapport à la droite  $(\Delta)$  on a :

$$\begin{cases} A' \text{ est le symétrique de } A \\ O' \text{ est le symétrique de } O \\ B' \text{ est le symétrique de } B \end{cases}$$

Donc l'angle  $\widehat{A'O'B'}$  est le symétrique de l'angle  $\widehat{AOB}$ .



### 6) Symétrie d'un cercle :

## Evaluation

**Exercice 8 :** ABCD un parallélogramme de centre O.

- 1) Construire les points  $B'$  et  $O'$  les symétriques respectifs des points B et O par rapport à la droite  $(DC)$ .
- 2) Montrer que les points  $B'$ ,  $O'$  et D sont alignés.

**Exercice 9 :** ABC un triangle tel que :

$AB = 3\text{cm}$  et  $AC = 5\text{cm}$  et  $\widehat{BAC} = 60^\circ$ .

Soit M le milieu du segment  $[AC]$ .

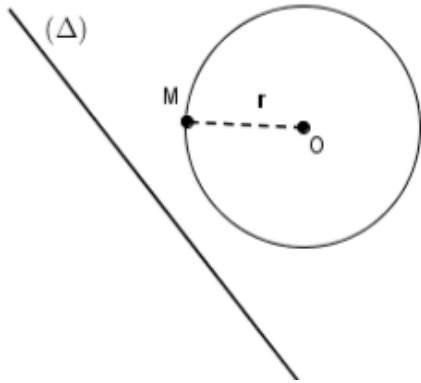
- 1) Construire les points E et F les symétriques respectifs des points A et C par rapport à la droite  $(BM)$ .
- 2) Calculer EF et BE.
- 3) Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{BEF}$ . Justifier votre réponse.

**Exercice 10 :** ABCD un trapèze tel que :

$\widehat{ADC} = 40^\circ$  et I le milieu du segment  $[CD]$ .

- 1) Construire la figure convenable.
- 2) Construire les points  $D'$ ,  $C'$  et  $I'$  les symétriques respectifs des points D, C et I par rapport à la droite  $(AB)$ .

Activité 6 :



- 1) Construire les points  $O'$  et  $M'$  les symétriques respectifs de  $O$  et  $M$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ .
- 2) Tracer le cercle  $(C')$  de centre  $O'$  et qui passe par le point  $M'$ .

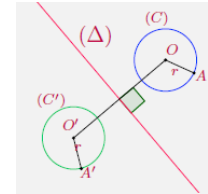
**\* Propriété :** Soit  $(\Delta)$  une droite et  $(C)$  un cercle de centre  $O$  et de rayon  $r$ .

Si  $O'$  est le symétrique de  $O$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ , alors le symétrique du cercle  $(C)$  par rapport à la droite  $(\Delta)$  est le cercle  $(C')$  de centre  $O'$  et de rayon  $r$ .

**\* Exemple :** Par rapport à la droite  $(\Delta)$  on a :

$O'$  est le symétrique de  $O$

Donc le cercle  $C(O; r)$  est le symétrique du cercle  $C'(O'; r)$ .



- 3) Montrer que les points  $D'$ ,  $C'$  et  $I'$  sont alignés.
- 4) Montrer que :  $I'$  est le milieu du segment  $[D'C']$ .
- 5) Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{AD'C'}$ . Justifier votre réponse.

**Exercice 11:**  $C(O; r)$  et  $C'(O'; r)$  deux cercles de même rayon et ne sont pas sécante.

Soit  $(\Delta)$  la médiatrice du segment  $[OO']$ . Soit  $M$  un point du cercle  $(C)$  tel que la demi-droite  $[OM)$  coupe  $(\Delta)$  en  $I$ . Soit  $M'$  le point d'intersection de la droite  $(O'I)$  et du cercle  $(C')$ .

- 1) Construire la figure convenable.
- 2) Quel est le symétrique du cercle  $(C)$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ .
- 3) Montrer que  $M'$  est le symétrique de  $M$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ .