

SYMÉTRIE AXIALE

Objectifs d'apprentissage

- Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite, d'une demi-droite, d'un angle et d'un cercle.
- Connaître et utiliser les propriétés de conservation de la symétrie axiale.

Gestion du temps

8 heures

Prérequis

- Droites dans le plan : parallélisme et perpendicularité.
- Les angles.
- Symétrie centrale.
- Médiatrice d'un segment.

Outils didactiques

- Tableau.
- Livre scolaire.
- Equerre + Compas + Rapporteur + Règle.

◆ Pr : Abdelilah BOUTAYEB

◆ Niveau : 2^{ème} APIC

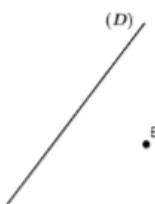
◆ Matière : Mathématiques

◆ Etablissement : Collège Nahda

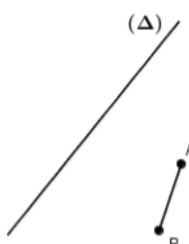
Activité 1: Construis le point B le symétrique de A par rapport à O .



Activité 2 : 1) Tracer une droite (Δ) qui passe par le point E et qui est perpendiculaire à la droite (D) .
2) Construis le point E' tel que la droite (D) soit la médiatrice du segment $[EE']$.



Activité 3 : 1) Construire les points A' et B' les symétriques de A et B respectivement par rapport à la droite (Δ) .
2) Comparer les deux distances AB et $A'B'$.



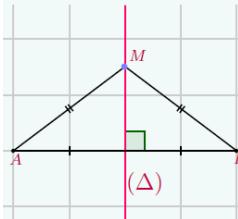
I- Médiatrice d'un segment :

K K K 'D7 %'A 5

* **Définition :** La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

* **Propriété :** Soit $[AB]$ un segment, (Δ) sa médiatrice et M un point.

Si $M \in (\Delta)$ alors : $MA = MB$.



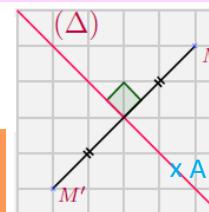
II- Symétrique d'un point :

* **Définition :** Soit (Δ) une droite et M un point du plan.

Le symétrique du point M par rapport à la droite (Δ) est le point M' tel que (Δ) est la médiatrice du segment $[MM']$.

* **Exemple :** Le symétrique du point M par rapport à la droite (Δ) est M' .

* **Remarque :** Si un point $A \in (\Delta)$, alors ce point est le symétrique de lui-même par rapport à (Δ) .



III- Symétrique de figures usuelles :

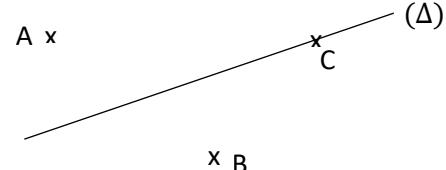
1) Symétrique d'un segment :

* **Propriété :** Soit (Δ) une droite et $[AB]$ un segment.

Si A' et B' sont les symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite (Δ) , alors le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à la droite (Δ) est le segment $[A'B']$.

On a : $A'B' = AB$, on dit que la symétrie axiale conserve les longueurs.

Exercice 1: Construis les points A' , B' et C' les symétriques des points A , B et C respectivement par rapport à la droite (Δ)



Exercice 2 : (Ex:26-p:77)

Exercice 3 : ABC un triangle rectangle en A , tel que $AB = 4cm$.

1) Construis le point M le symétrique du point A par rapport à la droite (BC) .

2) Calculer la distance BM . Justifier votre réponse.

Exercice 4 : ABC un triangle et M le milieu du segment $[BC]$.

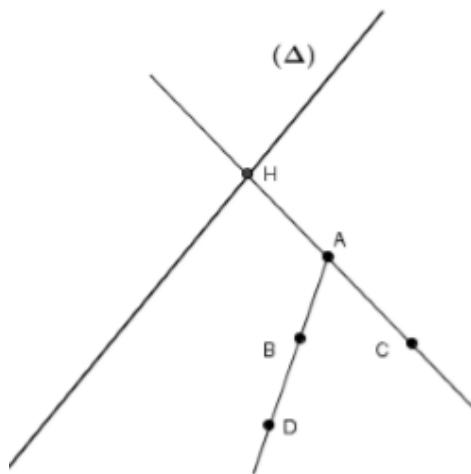
1) Construis les points E et F les symétriques de B et C respectivement par rapport à la droite (AM) .

2) Déterminer le symétrique du segment $[BC]$ par rapport à la droite (AM) .

3) Montrer que M est le milieu du segment $[EF]$.

Activités

Activité 4 :



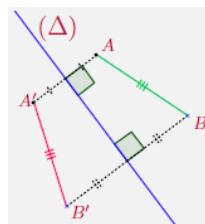
- 1) Construire les points A' , B' , C' et D' les symétriques respectifs des points A , B , C et D par rapport à la droite (Δ) .
- 2) Déterminer le symétrique de la droite (AC) par rapport à la droite (Δ) .
- 3) Déterminer le symétrique de la demi-droite $[AB]$ par rapport à la droite (Δ) .
- 4) Déterminer le symétrique du point H par rapport à la droite (Δ) .
- 5) Que remarques-tu à-propos les points A , B et D ?
- 6) Que remarques-tu à-propos les points A' , B' et D' ? Conclure.

Contenu de la leçon

* **Exemple :** Par rapport à la droite (Δ) on a :

$$\begin{cases} A' \text{ est le symétrique de } A \\ B' \text{ est le symétrique de } B \end{cases}$$

Donc le segment $[A'B']$ est le symétrique du segment $[AB]$.



2) Symétrique d'une droite :

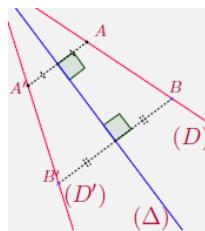
* **Propriété :** Soit (Δ) et (AB) deux droites.

Si A' et B' sont les symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite (Δ) , alors le symétrique de la droite (AB) par rapport à la droite (Δ) est la droite $(A'B')$.

* **Exemple :** Par rapport à la droite (Δ) on a :

$$\begin{cases} A' \text{ est le symétrique de } A \\ B' \text{ est le symétrique de } B \end{cases}$$

Donc la droite $(A'B')$ est le symétrique de la droite (AB) .



3) Symétrique d'une demi-droite :

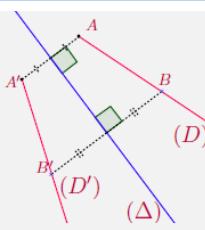
* **Propriété :** Soit (Δ) une droite et $[AB]$ une demi-droite.

Si A' et B' sont les symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite (Δ) , alors le symétrique de la demi-droite $[AB]$ par rapport à la droite (Δ) est la demi-droite $[A'B']$.

* **Exemple :** Par rapport à la droite (Δ) on a :

$$\begin{cases} A' \text{ est le symétrique de } A \\ B' \text{ est le symétrique de } B \end{cases}$$

Donc la demi-droite $[A'B']$ est le symétrique de la demi-droite $[AB]$.



Evaluation

Exercice 5 : ABC un triangle.

1) Construis A' le symétrique de A par rapport à la droite (BC) .

2) Quel est le symétrique de la droite (AB) par rapport à la droite (BC) ?

Exercice 6 : On considère la droite (D) et M et N deux points n'appartiennent pas à la droite (D) .

Les points M' , N' les symétriques respectifs des points M , N par rapport à la droite (D) .

1) Construire la figure convenable.

2) Montrer que : $(MM') \parallel (NN')$.

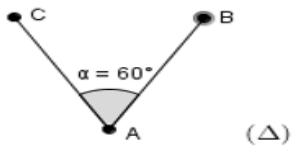
Exercice 7 : On considère la droite (Δ) et A et B deux points n'appartiennent pas à la droite (Δ) .

Soit I le milieu du segment $[AB]$.

1) Construis les points A' , B' et I' les symétriques respectifs des points A , B et I par rapport à la droite (Δ) .

2) Montrer que les points A' , B' et I' sont alignés.

Activité 5 :



- 1) Construire les points A' , B' et C' les symétriques respectifs de A , B et C par rapport à la droite (Δ).
- 2) Déterminer les symétriques des demi-droites $[AB)$ et $[AC)$ par rapport à la droite (Δ).
- 3) Conclure le symétrique de l'angle \widehat{BAC} par rapport à la droite (Δ).
- 4) Comparer la mesure des angles \widehat{BAC} et $\widehat{B'A'C'}$. Conclure.

4) Conservation de l'alignement des points :

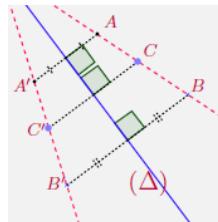
*** Propriété :** Les symétriques des points alignés par rapport à une droite sont aussi des points alignés.

On dit que la symétrie axiale *conserve l'alignement des points*.

*** Exemple :** Par rapport à la droite (Δ) on a :

$$\begin{cases} A' \text{ est le symétrique de } A \\ B' \text{ est le symétrique de } B \\ C' \text{ est le symétrique de } C \end{cases}$$

Puisque les points A, B, C sont alignés, alors les points A', B', C' sont alignés.

**5) Symétrique d'un angle :**

*** Propriété :** Soit (Δ) une droite et \widehat{AOB} un angle.

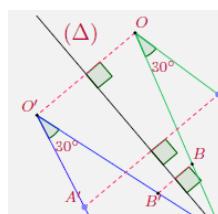
Si A', O' et B' sont les symétriques respectifs des points A, O et B par rapport à la droite (Δ), alors le symétrique de l'angle \widehat{AOB} par rapport à la droite (Δ) est l'angle $\widehat{A'O'B'}$.

On a : $\widehat{AOB} = \widehat{A'O'B'}$, on dit que la symétrie axiale *conserve la mesure d'angles*.

*** Exemple :** Par rapport à la droite (Δ) on a :

$$\begin{cases} A' \text{ est le symétrique de } A \\ O' \text{ est le symétrique de } O \\ B' \text{ est le symétrique de } B \end{cases}$$

Donc l'angle $\widehat{A'O'B'}$ est le symétrique de l'angle \widehat{AOB} .

**6) Symétrique d'un cercle :**

Exercice 8 : ABCD un parallélogramme de centre O.

1) Construire les points B' et O' les symétriques respectifs des points B et O par rapport à la droite (DC).

2) Montrer que les points B', O' et D sont alignés.

Exercice 9 : ABC un triangle tel que :

$AB = 3\text{cm}$ et $AC = 5\text{cm}$ et $\widehat{BAC} = 60^\circ$.

Soit M le milieu du segment $[AC]$.

1) Construire les points E et F les symétriques respectifs des points A et C par rapport à la droite (BM).

2) Calculer EF et BE.

3) Quelle est la mesure de l'angle \widehat{BEF} .

Justifier votre réponse.

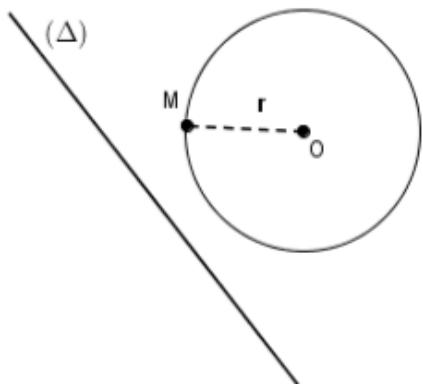
Exercice 10 : ABCD un trapèze tel que :

$\widehat{ADC} = 40^\circ$ et I le milieu du segment $[CD]$.

1) Construire la figure convenable.

2) Construire les points D', C' et I' les symétriques respectifs des points D, C et I par rapport à la droite (AB).

Activité 6 :



- 1) Construire les points O' et M' les symétriques respectifs de O et M par rapport à la droite (Δ) .
- 2) Tracer le cercle (C') de centre O' et qui passe par le point M' .

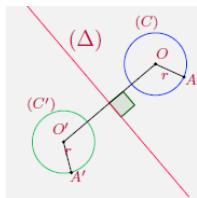
* **Propriété :** Soit (Δ) une droite et (C) un cercle de centre O et de rayon r .

Si O' est le symétrique de O par rapport à la droite (Δ) , alors le symétrique du cercle (C) par rapport à la droite (Δ) est le cercle (C') de centre O' et de rayon r .

* **Exemple :** Par rapport à la droite (Δ) on a :

O' est le symétrique de O

Donc le cercle $C(O; r)$ est le symétrique du cercle $C'(O'; r)$.



3) Montrer que les points D' , C' et I' sont alignés.

4) Montrer que : I' est le milieu du segment $[D'C']$.

5) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{AD'C'}$. Justifier votre réponse.

Exercice 11: $C(O; r)$ et $C'(O'; r)$ deux cercles de même rayon et ne sont pas sécante.

Soit (Δ) la médiatrice du segment $[OO']$.

Soit M un point du cercle (C) tel que la demi-droite $[OM)$ coupe (Δ) en I .

Soit M' le point d'intersection de la droite $(O'I)$ et du cercle (C') .

1) Construire la figure convenable.

2) Quel est le symétrique du cercle (C) par rapport à la droite (Δ) .

3) Montrer que M' est le symétrique de M par rapport à la droite (Δ) .