

PIUSSANCES

12

I – Puissances (de 10)



Définitions et notations

- **Carré d'un nombre :** $5^2 = \underbrace{5 \times 5}_{2 \text{ fois}}$; $2012^2 = \underbrace{2012 \times 2012}_{2 \text{ fois}}$; $(-3)^2 = \underbrace{(-3) \times (-3)}_{2 \text{ fois}}$; ...
- **Cube d'un nombre :** $5^3 = \underbrace{5 \times 5 \times 5}_{3 \text{ fois}}$; $(-4)^3 = \underbrace{(-4) \times (-4) \times (-4)}_{3 \text{ fois}}$; ...
- **Puissance 4 :** $5^4 = \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5}_{4 \text{ fois}}$; $(-7)^4 = \underbrace{(-7) \times (-7) \times (-7) \times (-7)}_{4 \text{ fois}}$; ...
- ⋮ ⋮ ⋮
- **Puissance 12 :** $5^{12} = \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times \cdots \times 5 \times 5}_{12 \text{ fois}}$; ...

■ **EXERCICE 1 (SUR CE TD) :** Complète les exemples suivants en écrivant sous forme de multiplication ou de puissance :

$$11^2 = \dots$$

$$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = \dots$$

$$5^6 = \dots$$

$$14^3 = \dots$$

$$(-7) \times (-7) \times (-7) = \dots$$

$$(-8)^4 = \dots$$



Définition : puissance de 10

Une **puissance de 10** correspond au nombre 10 élevé à une puissance quelconque. Par exemple, $10^2 = 10 \times 10 = 100$.

■ **EXERCICE 2 (SUR CE TD) :** Calcule comme dans l'exemple :

$$10^3 = \dots$$

$$10^5 = \dots$$

$$10^4 = \dots$$

$$10^6 = \dots$$



Propriété

En regardant l'activité 2, on se rend compte que $10^2 = 1$ suivi de deux zéros; $10^3 = 1$ suivi de trois zéros; $10^4 = 1$ suivi de quatre zéros...

■ **EXERCICE 3 (SUR CE TD) :** Complète en donnant le nombre entier ou la puissance selon les cas :

$$10^7 = \dots$$

$$10\ 000 = \dots$$

$$10^4 = \dots$$

$$100\ 000 = \dots$$

$$10^8 = \dots$$

$$100\ 000\ 000 = \dots$$

$$10^{11} = \dots$$

$$1\ 000\ 000\ 000\ 000 = \dots$$



- ◆ $10^{-2} = \frac{1}{10^2}$
- ◆ $10^{-3} = \frac{1}{10^3}$
- ◆ $10^{-4} = \frac{1}{10^4}$

Notations

$$\diamond \quad \vdots$$

■ **EXERCICE 4 (SUR CE TD) :** Complète :

$$10^{-5} = \frac{1}{\dots\dots} \quad \left| \begin{array}{l} 10^{-7} = \frac{1}{\dots\dots} \\ 10^{-6} = \frac{1}{\dots\dots} \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} 10^{-9} = \frac{1}{\dots\dots} \\ 10^{-11} = \frac{1}{\dots\dots} \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} 10^{-20} = \frac{1}{\dots\dots} \\ n \text{ zéros} \end{array} \right.$$

En s'aidant de la propriété précédente (rappel : $10^n = \overbrace{100\dots0}^n$), on peut donner l'écriture décimale lorsque la puissance de 10 est négative :

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01.$$

■ **EXERCICE 5 (SUR CE TD)** : Donne l'écriture décimale comme dans l'exemple :

$10^{-3} = \frac{1}{\dots\dots\dots} = \frac{1}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$ $10^{-5} = \dots\dots\dots$	$10^{-4} = \frac{1}{\dots\dots\dots} = \frac{1}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$ $10^{-6} = \dots\dots\dots$
--	--

■ **EXERCICE 6 (SUR CE TD) :** En utilisant les résultats de l'exercice 5, donne l'écriture décimale :

$10^{-3} = 0,001$	$10^{-4} = 0,000\,1$
$10^{-5} = \dots$	$10^{-6} = \dots$
$10^{-7} = \dots$	$10^{-13} = \dots$

■ **EXERCICE 7 (SUR CE TD) :** Écris les nombres suivants sous la forme d'une puissance de 10 :

1 000 =	100 =
0,001 =	10 =
0,1 =	0,000 01 =
10 000 =	0,000 000 001 =

II – Opérations sur les puissances



Propriété : multiplication de puissances

$$\begin{aligned}
 10^3 \times 10^5 &= \underbrace{10 \times 10 \times 10}_{3 \text{ fois}} \times \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}_{5 \text{ fois}} \\
 &= \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}_{8 \text{ fois}} = 10^8.
 \end{aligned}$$

On se rend compte que pour calculer la multiplication de deux puissances, on peut aller plus vite en additionnant les exposants :

$$10^3 \times 10^5 = 10^{3+5} = 10^8.$$

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

■ EXERCICE 8 (SUR CE TD) : Complète les exemples suivants :

$$10^2 \times 10^4 = 10^{2+4} = 10^6$$

$$10^7 \times 10^5 = 10^{7+5} = 10^{12}$$

$$10^3 \times 10^8 = 10^{3+8} = 10^{11}$$

$$10^{-2} \times 10^6 = 10^{(-2)+6} = 10^4$$

$$10^9 \times 10^{-5} = 10^{9+(-5)} = 10^4$$

$$10^{-3} \times 10^{-4} = 10^{(-3)+(-4)} = 10^{-7}$$

■ EXERCICE 9 (DANS TON CAHIER) : Exprime sous forme d'une seule puissance :

$$A = 10^5 \times 10^{11}$$

$$B = 10^7 \times 10^{-1}$$

$$C = 10^{-2} \times 10^{15}$$

$$D = 10^{-3} \times 10^{-9}$$



Propriété : quotient de puissances

Pour calculer le quotient de deux puissances, il suffit de soustraire les exposants :

$$\frac{10^5}{10^3} = 10^{5-3} = 10^2.$$

■ EXERCICE 10 (SUR CE TD) : Complète les exemples suivants :

$$\frac{10^9}{10^4} = 10^{9-4} = 10^5$$

$$\frac{10^4}{10^6} = 10^{4-6} = 10^{-2}$$

$$\frac{10^{12}}{10^{-3}} = 10^{12-(-3)} = 10^{15}$$

$$\frac{10^7}{10^5} = 10^{7-5} = 10^2$$

$$\frac{10^6}{10^{14}} = 10^{6-14} = 10^{-8}$$

$$\frac{10^7}{10^{-5}} = 10^{7-(-5)} = 10^{12}$$

■ EXERCICE 11 (DANS TON CAHIER) : Exprime sous forme d'une seule puissance :

$$A = \frac{10^4}{10^3}$$

$$B = \frac{10^7}{10^{12}}$$

$$C = \frac{10^{-6}}{10^2}$$

$$D = \frac{10^{-11}}{10^{-5}}$$

$$E = \frac{10^{13}}{10^6}$$



Propriété : puissance de puissance

Pour calculer la puissance d'une puissance, il suffit de multiplier les exposants :

$$(10^5)^3 = 10^{5 \times 3} = 10^{15}.$$

■ EXERCICE 12 (SUR CE TD) : Complète les exemples :

Complète les exemples suivants :

$$(10^2)^3 = 10^{2 \times 3} = 10^6$$

$$(10^4)^{11} = 10^{4 \times 11} = 10^{44}$$

$$(10^5)^{-3} = 10^{5 \times (-3)} = 10^{-15}$$

$$(10^7)^4 = 10^{7 \times 4} = 10^{28}$$

$$(10^3)^{-8} = 10^{3 \times (-8)} = 10^{-24}$$

$$(10^{-6})^{-2} = 10^{-6 \times (-2)} = 10^{12}$$

■ EXERCICE 13 (DANS TON CAHIER) : Exprime sous forme d'une seule puissance :

$$A = (10^4)^5$$

$$B = (10^2)^{-13}$$

$$C = (10^{-9})^3$$

$$D = (10^{-6})^{-11}$$

$$E = (10^{11})^7$$

■ EXERCICE 14 (DANS TON CAHIER) : Exprime sous forme d'une seule puissance :

$$A = 10^5 \times 10^2$$

$$B = \frac{10^{12}}{10^5}$$

$$C = (10^5)^{-3}$$

$$D = \frac{10^4}{10^{-7}}$$

$$E = (10^{11})^2$$

$$F = 10^{-7} \times 10^{-9}$$

$$G = (10^{-4})^{-5}$$

$$H = 10^{-11} \times 10^3$$

$$I = \frac{10^{-2}}{10^{-1}}$$



Propriété (pour information)

Si deux nombres différents, mais élevés à la même puissance, sont multipliés, alors on peut d'abord multiplier les nombres avant d'appliquer l'exposant au produit. Par exemple, $2^{12} \times 4^{12} = (2 \times 4)^{12} = 8^{12}$.

III – Écriture scientifique



Définition

L'écriture scientifique d'un nombre est une écriture de la forme $a \times 10^n$, où a est un nombre relatif dont la partie numérique n'admet qu'un seul chiffre *non nul* avant la virgule (donc de 1 à 9, mais surtout pas 0 !), et n est un nombre entier relatif.

Exemples :

- ◊ $-4,78 \times 10^3$ est une écriture scientifique : un seul chiffre avant la virgule (4), et 3 est un nombre entier.
- ◊ $2,159 \times 10^{-5}$ est une écriture scientifique : un seul chiffre avant la virgule (2), et -5 est un nombre entier.
- ◊ $45,9 \times 10^2$ n'est pas une écriture scientifique : deux chiffres avant la virgule (45).
- ◊ $0,9 \times 10^5$ n'est pas une écriture scientifique : on a bien un seul chiffre avant la virgule, mais c'est 0...
- ◊ $2,5 \times 3^{10}$ n'est pas une écriture scientifique : il n'y a pas de puissance de 10.

■ EXERCICE 15 (SUR CE TD) : Parmi les nombres suivants, entourez ceux qui sont en écriture scientifique :

$$8,56 \times 10^4$$

$$0,56 \times 10^9$$

$$1,2 \times 5^2$$

$$7,8 \times 10^{-20}$$

$$23,5 \times 10^2$$

$$0,8 \times 3^{-2}$$

$$2 \times 10^3$$

$$9 \times 10^{-14}$$

$$-6,023 \times 10^{-27}$$

$$0,981 \times 10^{-3}$$

$$9,99 \times 10^{-16}$$

$$-11,9 \times 10^7$$

$$10,3 \times 10^{12}$$

$$-1,02 \times -3^{10}$$

$$0,999 \times 10^{-4}$$

$$1,23 \times 10^0$$



Méthode (DÉTERMINER L'ÉCRITURE SCIENTIFIQUE D'UN NOMBRE)

Déterminer l'écriture scientifique de 478,5.

Au brouillon ou dans ma tête :

1. On écrit les chiffres du nombre sans la virgule : 4 785
2. On déplace la virgule pour n'avoir qu'un seul chiffre avant la virgule : 4,785
3. On compte de combien de chiffres on a déplacé la virgule par rapport au nombre de départ (ici 2 rangs) ce qui nous donne la puissance de 10 : $4,785 \times 10^2$
4. Si le nombre de départ est inférieur à 1, alors il faut mettre un "moins" à l'exposant. Ici on a $478,5 > 1$, donc pas besoin de moins.

Sur ma feuille :

$$478,5 = 4,78 \times 10^2.$$

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

■ EXERCICE 16 (SUR CE TD) : Pour chaque question entoure la bonne réponse :

1. L'écriture scientifique de 8 523,6 est :

a) $8\ 523,6 \times 10^3$ b) $8,523 \times 10^4$ c) $8,523 \times 10^1$ d) $8,523 \times 10^3$

2. L'écriture scientifique de 267,89 est :

a) $2\ 678,9 \times 10^1$ b) $2,678\ 9 \times 10^3$ c) $2,678\ 9 \times 10^2$ d) $2,678\ 9 \times 10^{-2}$

3. L'écriture scientifique de 1 459 est :

a) $1\ 459 \times 10^4$ b) $1,459 \times 10^4$ c) $1,459 \times 10^3$ d) $1,459 \times 10^{-1}$

4. L'écriture scientifique de 0,0361 est :

a) $3,61 \times 10^2$ b) $3,61 \times 10^{-2}$ c) $3,61 \times 10^3$ d) $3,61 \times 10^{-3}$

■ EXERCICE 17 (SUR CE TD) : Détermine l'écriture scientifique des nombres suivants :

4 591,23 = 23,5 = 0,002 9 =

256 = 0,458 = 8 561 =

0,000 6 = 0,07 = 89 147 =

Parfois, les nombres à transformer ressemblent déjà à des écritures scientifiques, mais ne le sont pas (généralement parce que le nombre devant le "x" a plus d'un chiffre avant la virgule).

Exemple : Déterminer l'écriture scientifique de $A = 458,6 \times 10^5$:

$$\begin{aligned} A &= \underbrace{458,6}_{\text{on détermine l'écriture scientifique du nombre devant le }} \times 10^5 \\ &= 4,586 \times \underbrace{10^2 \times 10^5}_{\text{on utilise les formules sur les deux puissances de 10}} \\ &= 4,586 \times 10^{2+5} \\ &= 4,586 \times 10^7. \end{aligned}$$

■ EXERCICE 18 (SUR CE TD) : Complète :

Déterminer l'écriture scientifique de :

$$\begin{aligned} A &= \underbrace{85,2}_{\text{on détermine l'écriture scientifique du nombre devant le }} \times 10^3 \\ &= \times \underbrace{10^1 \times 10^3}_{\text{on utilise les formules sur les deux puissances de 10}} \\ &= \times 10^{\dots} \end{aligned}$$

Déterminer l'écriture scientifique de :

$$\begin{aligned} B &= \underbrace{0,026}_{\text{on détermine l'écriture scientifique du nombre devant le }} \times 10^7 \\ &= \times \underbrace{10^{\dots} \times 10^7}_{\text{on utilise les formules sur les deux puissances de 10}} \\ &= \times 10^{\dots} \end{aligned}$$

■ EXERCICE 19 (DANS TON CAHIER) : Détermine l'écriture scientifique des nombres suivants :

$$A = 458,7 \times 10^4 \quad B = 0,052 \times 10^6 \quad C = 0,000 8 \times 10^{-2}$$

$$D = 14\ 500 \times 10^2 \quad E = 456 \times 10^{-11} \quad F = 0,26 \times 10^{-5}$$

■ EXERCICE 20 (DANS TON CAHIER) : Écris sous forme d'une seule puissance les nombres suivants :

$$A = \frac{10^4 \times 10^3}{10^2} \quad B = \frac{10^4 \times 10^{11}}{10^{-3}} \quad C = \frac{10^5 \times 10^{-7}}{10^2} \quad D = \frac{10^5}{10^7 \times 10^4}$$

$$E = \frac{(10^2)^5}{10^{-4}} \quad F = \frac{10^4}{10^2 \times 10^3} \quad G = \frac{10^4 \times 10^{-7}}{10^2 \times 10^5} \quad H = \frac{(10^{-5})^2}{10^3 \times 10^{-12}}$$

■ EXERCICE 21 (DANS TON CAHIER) : Détermine l'écriture scientifique des nombres suivants :

$$I = 457,8 \times \frac{10^7}{10^2} \quad J = 0,007 \times \frac{10^4 \times 10^3}{10^2} \quad K = 521 \times \frac{10^2 \times 10^3}{10^{-4} \times 10^{-6}}$$



Exercice ① (sur ce TD)

La documentaliste commande 24 livres à un éditeur pour un total de 228 €. L'éditeur lui accorde une réduction de 10%. Quelle sera le montant de la commande de la documentaliste ?

.....
.....



Exercice ② (dans ton cahier)

Développe les expressions suivantes :

$$A = 7(10 - 5x)$$

$$B = 4x(3x + 7)$$

$$C = (4x + 9)(2x + 1)$$

$$D = (x - 1)(10x + 6)$$

$$E = (8x - 3)(11x - 1)$$

$$F = (5x + 4)(6x - 10)$$

$$G = 9x(2x - 1) - 4x^2$$

$$H = 3x - (x - 10)(7x - 2)$$



Exercice ③ (dans ton cahier)

Résous les équations suivantes :

a) $x - 7,1 = 5,3$

b) $8x = 184$

c) $x + 6,5 = 10,1$

d) $11x = 10$

e) $2x + 9 = 15$

f) $5x - 11 = 23$

g) $6x - 12 = 40$

h) $50x + 75 = 0$



Exercice ④ (dans ton cahier)

Antoine a acheté 3 kg de pommes pour 3,60 €.

Combien aurait-il payé pour 7 kg ?



Exercice ⑤ (dans ton cahier)

Factorise les expressions suivantes :

$$A = 29x - 24x^2$$

$$B = x + 7x^2$$

$$C = 18x + 81$$

$$D = 45x^2 + 10$$



Exercice ⑥ (dans ton cahier)

Un pilote s'entraîne sur un circuit de 15 km. Il a fait son tour le plus rapide en 4 minutes.

Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h sur son tour le plus rapide ?



Exercice ⑦ (dans ton cahier)

Un article est passé de 8,50 € à 9,10 €.

1. Calcule le montant de l'augmentation.
2. Calcule le pourcentage d'augmentation (arrondi à l'unité).



Exercice ⑧ (dans ton cahier)

Écris sous la forme d'une seule puissance de 10 les nombres suivants :

$$A = 10^4 \times 10^7$$

$$B = (10^2)^9$$

$$C = \frac{10^8}{10^6}$$

$$D = \frac{10^5}{10^{11}}$$

$$E = 10^2 \times 10^{-10}$$

$$F = (10^5)^{-4}$$

$$G = \frac{10^{-1} \times 10^{-7}}{10^6}$$

$$H = \frac{10^{-15} \times 10^8}{10^{-2}}$$



Exercice ⑨ (dans ton cahier)

On considère les programmes de calculs suivants :

Programme A

- a) Choisir un nombre.
- b) Multiplier ce nombre par 2.
- c) Ajouter 7 au résultat.
- d) Soustraire 1.
- e) Écrire le résultat.

Programme B

- a) Choisir un nombre.
- b) Élever ce nombre au carré.
- c) Soustraire 17.
- d) Multiplier le résultat par 2.
- e) Écrire le résultat.

1. Quel résultat donne le programme A quand on choisit -4 ?
2. Quel résultat donne le programme B quand on choisit -4 ?
3. Amina affirme que ces deux programmes donnent toujours des résultats identiques.
A-t-elle raison ? Justifie.
4. Montrer que le programme B peut se traduire par l'expression $B = 2x^2 - 34$.



Exercice ⑩ (dans ton cahier)

Donne l'écriture scientifique des nombres suivants :

$$A = 1\,489,5 \quad B = 0,007\,8 \quad C = 0,000\,4 \quad D = 896 \quad E = 123,7 \times 10^8 \quad F = 89 \times \frac{10^7}{10^3}$$



Exercice ⑪ (dans ton cahier)

Dans le cadre d'un projet pédagogique, des professeurs préparent une sortie au Mont Saint-Michel avec 48 élèves de 3^e.

Le coût total de cette sortie (bus, hébergement et nourriture, activités, ...) s'élève à 120 € par élève.

1. Le FSE (foyer socio-éducatif) du collège propose de prendre en charge 15% du coût total de cette sortie.
Quelle est la somme prise en charge par le FSE?
2. Pour réduire encore le coût, les professeurs décident d'organiser une tombola.
Chaque élève dispose d'une carte contenant 20 cases qu'il doit vendre à 2 € la case.
En décembre, les professeurs font le point avec les 48 élèves sur le nombre de cases vendues par chacun d'entre eux.

Voici les résultats obtenus :

Nombre de cases vendues	10	12	14	15	16	18	20
Nombre d'élèves	5	12	9	7	5	6	4

- (a) Quel est le nombre total de cases déjà vendues en décembre?
- (b) Quelle somme d'argent cela représente-t-il?
- (c) Quel est le pourcentage, arrondi à l'unité, d'élèves ayant vendu 15 cases ou moins?



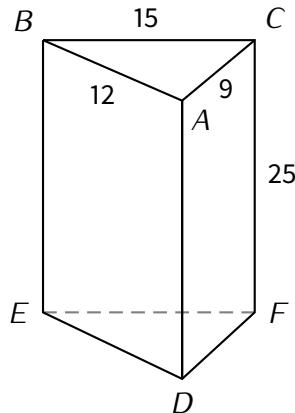
Exercice ⑫ (dans ton cahier)

Écris sous la forme d'une seule puissance de 10 les nombres suivants :

$$\begin{array}{llll} A = 10^8 \times 10^3 & B = (10^3)^7 & C = \frac{10^9}{10^6} & D = \frac{10^2}{10^5} \\ E = 10^7 \times 10^{-12} & F = (10^2)^{-4} & G = \frac{10^{-2} \times 10^{-4}}{10^6} & H = \frac{10^{-13} \times 10^8}{10^{-1}} \end{array}$$



Exercice 13 (dans ton cahier)

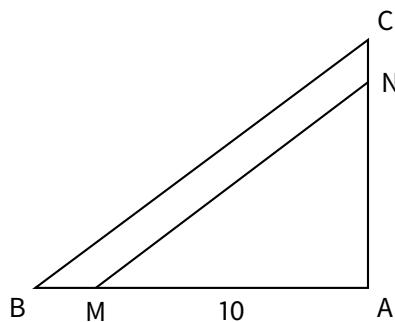


Dans cet exercice, l'unité de longueur est le centimètre.

Un menuisier a fabriqué un objet en bois ayant la forme d'un prisme droit à base triangulaire.

Cet objet est représenté par le solide $ABCDEF$ ci-contre tel que : $AB = 12$; $AC = 9$; $BC = 15$; $CF = 25$.

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A .
2. Calcule le volume \mathcal{V} du prisme droit en cm^3 .
3. Le menuisier souhaite tailler cet objet en le sectionnant par un plan parallèle à la face $BCFE$. L'intersection entre ce plan et la base ABC est le segment $[MN]$:



$$(MN) \parallel (BC)$$

$$AM = 10$$

$$AB = 12$$

$$AC = 9$$

$$BC = 15$$

Pour faciliter la découpe du bois, le menuisier veut connaître la longueur AN . Calcule AN .

4. Question bonus : Est-ce que $NC = BM$? Justifie la réponse.



Exercice 14 (dans ton cahier)

Jean-Baptiste a prévu de rentrer dans sa Franche-Comté natale en voiture. Il espère rouler à 110 km/h de moyenne et son trajet est long de 494 km.

S'il part le matin à 9 h 30 min, à quelle heure arrivera-t-il en Franche-Comté ?



Exercice 15 (sur ce TD)

$ABCD$ est un rectangle tel que $DC = 10 \text{ cm}$ et $AD = 4 \text{ cm}$.

M est un point de $[AB]$ tel que $AM = x \text{ cm}$.

1. Calcule l'aire de $ABCD$.

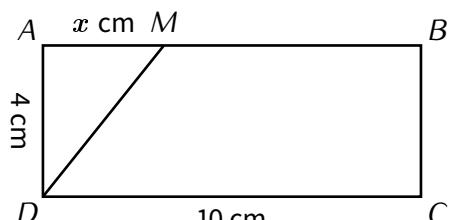
.....

2. Exprime l'aire de AMD en fonction de x .

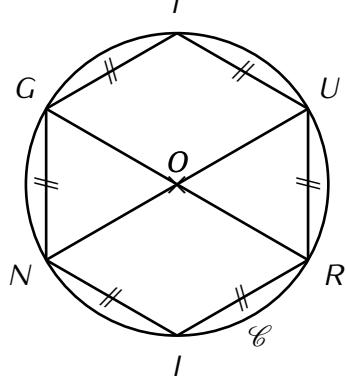
.....

3. Pour quelle valeur de x l'aire de AMD vaut-elle $7,2 \text{ cm}^2$?

.....



 **Exercice ⑯ (dans ton cahier)**



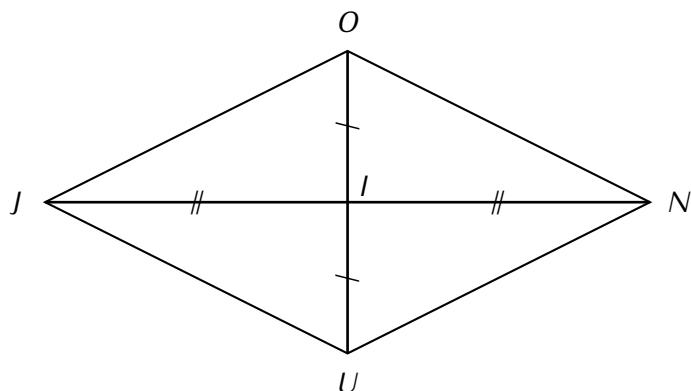
Données :

- O est le centre du cercle C circonscrit à l'hexagone $TURING$.
- $[RG]$ et $[UN]$ sont des diamètres du cercle C .

Questions :

1. Quelle est la nature du triangle OUR ? Justifie.
2. Quelle est la nature du quadrilatère $GURN$? Justifie.

 **Exercice ⑰ (dans ton cahier)**



Données :

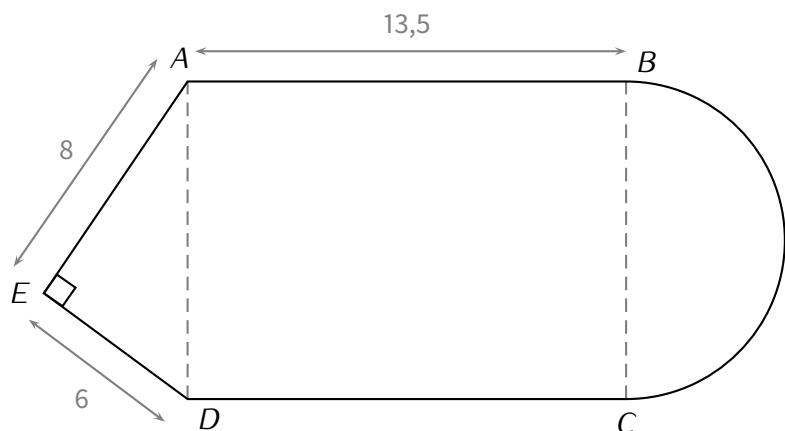
- $JUNO$ est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en I ;
- $IO = IU = 2,8 \text{ cm}$; $ON = 5,3 \text{ cm}$;
- I est le milieu du segment $[JN]$ qui mesure 9 cm .

Montre que $JUNO$ est un losange.

 **Exercice ⑱ (dans ton cahier)**

Un restaurateur a demandé un devis à un artisan pour évaluer le coût de la pose d'un parquet pour sa salle de restaurant. Le schéma suivant représente la surface au sol de la salle.

Le schéma n'est pas à l'échelle, les cotes sont en mètres.



Le tarif du parquet posé est de 45 € le m^2 . Vérifie que l'aire de la salle vaut bien $198,3 \text{ m}^2$ (arrondie au dixième), puis calcule le montant du devis de l'artisan.